6.2.1 平面向量的加法运算

广州市番禺区象贤中学 李伟

一、学习目标：

借助实例，掌握平面向量加法运算及运算规则，理解其几何意义。具体如下：

（1）能从物理位移的合成、力的合成的具体实例中，抽象出向量的加法法则。培养数学抽象素养。

（2）能画图表示两个向量的加法的结果。培养直观想象素养。

（3）能依据向量加法的定义，类比数的运算律，探讨向量加法的运算律。培养逻辑推理、数学运算素养。

二、课堂导入

我们知道，实数有了运算，威力无穷，向量是否能像数一样进行运算呢？人们从向量的物理背景和数的运算中得到启发，引进了向量的运算，探索其运算性质，体会运算作用。本节先学习向量的加法。

问题 1：物理中的位移、力都是向量，它们可以合成，能否从位移、力的合成中得到启发，引进向量的加法呢？

三、新知学习

1、向量加法的概念及法则

思考：如图 1，某质点从点 A 经过点 B 到点 C，这个质点的位移如何表示？

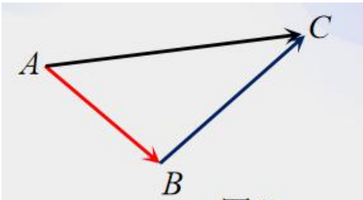


图1

问题 2：由位移的合成，你认为可以如何进行两个向量的加法运算？

如图 2，非零向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,平面内任取一点 A,作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$,则向量$\overrightarrow{AC}$叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和,记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$,即 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.求两个向量和的运算，叫做向量的加法。这种方法，称为向量加法的三角形法则。

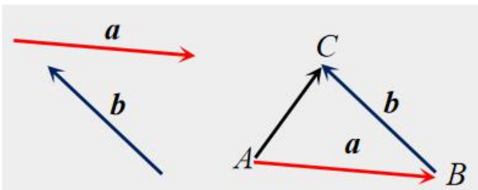


图2

问题 3：对于向量的合成，物理学中还有其它方法吗？

思考：如图 3，在光滑的平面上，一个物体同时受到两个外力 F_1 与 F_2 的作用，你能作出这个物体所受的合力 F 吗？

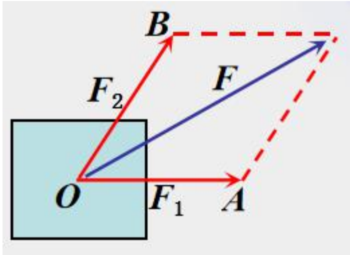


图3

如图 4，以同一点 O 为起点的两个已知向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,以 OA,OB 为邻边作▱$OACB$,则以 O 为起点的向量$\overrightarrow{OC}$(OC 是▱$OACB$ 的对角线)就是向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和.这种作两个向量和的方法叫做**向量加法的平行四边形法则**。

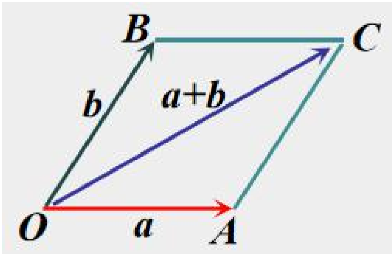
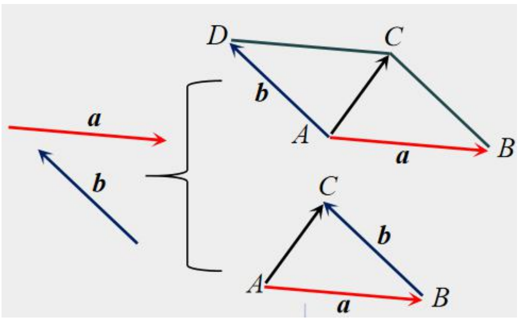


图4

问题 4：向量加法的平行四边形法则与三角形法则一致吗？为什么？是否有不同之处？



向量加法法则	相同点	不同点	
平行四边形	结果相同。是同一个向量，方向相同，大小相等。	适用于向量的起点相同	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$
三角形		适用用向量的首尾相连	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

追问 1：能否作出向量 a+0，0+a？

对于零向量与任意向量 a，我们规定 a+0=0+a=a。

2、向量加法运算的练习巩固

例 1 如图 5，已知向量 a，b，求作向量 a+b。

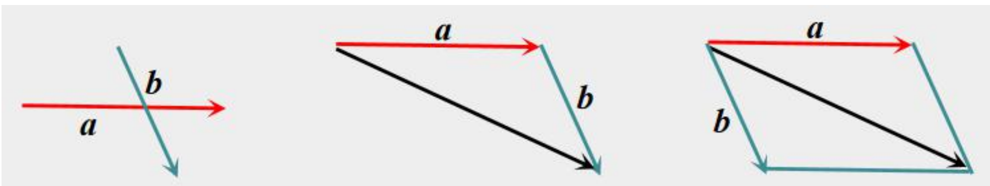
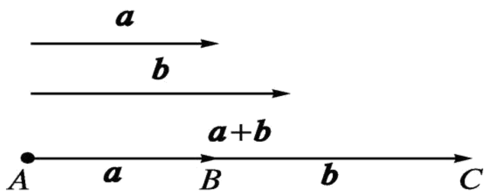
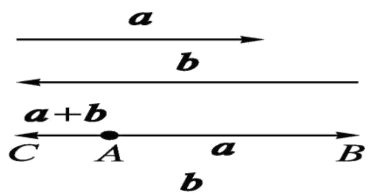


图5 图6(1) 图6(2)

追问 2：若两个向量共线，用什么法则作两个向量的和？

问题 5：(1)如图，已知向量 a,b 共线，它们的加法与数的加法有什么关系？能否作出向量 a+b?

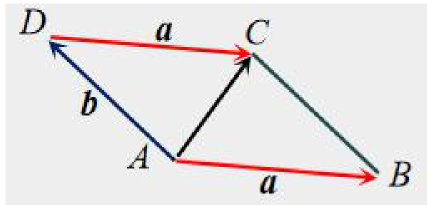




(2)结合例 1，探索|a+b|,|a|,|b|之间的关系？ |a+b|≤|a|+|b|

3、向量加法的运算律

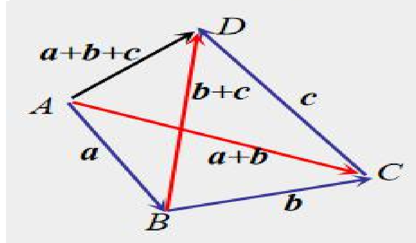
问题 6：根据数的运算的学习经验，定义了一种运算，就要研究相应的运算律，运算律可以有效地简化运算。数的运算满足加法的交换律与结合律，向量的加法是否也满足交换律和结合律呢？



平行四边形法则：$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$

三角形法则：$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$



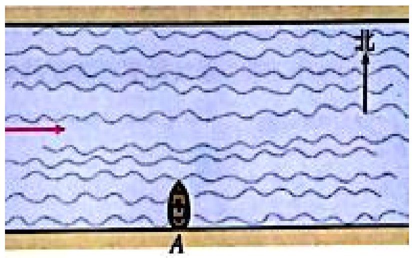
$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$

$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

4、向量加法运算的应用

例 2　长江两岸之间没有大桥的地方，常常通过轮渡进行运输．如图 8，一艘船从长江南岸 A 地出发，垂直于对岸航行，航行速度的大小为 15 km/h，同时江水的速度为向东 6 km/h.



(1)用向量表示江水速度、船速以及船实际航行的速度；

(2)求船实际航行的速度的大小(结果保留小数点后一位）与方向（用与江水速度间的夹角表示，精确到 1°）

解：在$Rt\Delta ABC$中，$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{BC}|^2}=\sqrt{6^2+15^2}=\sqrt{261}\approx 16.2$

$\tan\angle CAB=\dfrac{|\overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{AB}|}=\dfrac{5}{2}$，利用计算工具可得$\angle CAB\approx 68^\circ$。

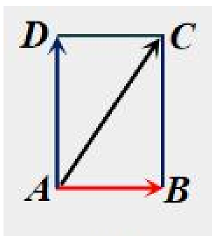


图9

因此，船实际航行速度的大小约为 16.2km/h，

方向与江水速度间的夹角约为 68°.

三、课堂小结

（1）从物理位移的合成、力的合成的具体实例中，抽象出向量加法的三角形法则及平行四边形法则。

（2）画图表示两个向量的加法的结果。

（3）向量加法满足交换律和结合律，简化运算。

（4）用向量表示实际物理量，能用向量的加法表示物理量的运算。