共享课堂

高一——人教A版—数学—必修——第五章

5.6.2函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象

广州市真光中学 曹芳

广州教育

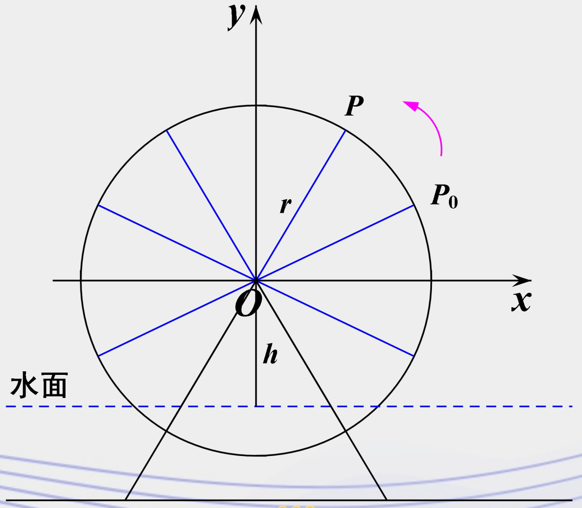
一、情景回顾

筒车问题：假定在水流量稳定的情况下，筒车上的每一个盛水筒都做匀速圆周运动. 你能用一个合适的函数模型来刻画盛水筒（视为质点）距离水面的相对高度与时间的关系吗？

如图，以O为原点，以与水平面平行的直线为x轴建立直角坐标系. 设$t=0$时，盛水筒M位于点P_0，以Ox为始边，OP_0为终边的角为φ，经过t s后运动到点$P(x, y)$。于是，以Ox为始边，OP为终边的角为$\omega x+\varphi$，并且有 $y=r\sin(\omega x+\varphi)$. ①

所以，盛水筒M距离水面的高度H与时间t的关系是

$$H=r\sin(\omega x+\varphi)+h. \quad ②$$



$\Rightarrow$ $y=A\sin(\omega x+\varphi)$

学习目标

1. 了解参数 A,ω,φ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响；

2. 理解函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的变化过程.

二、问题探究

1、能否借助我们熟悉的函数$y=\sin x$ 的图象与性质研究参数 A,ω,φ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的影响？

2、函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 中含有三个参数，你认为应按怎样的思路进行研究？

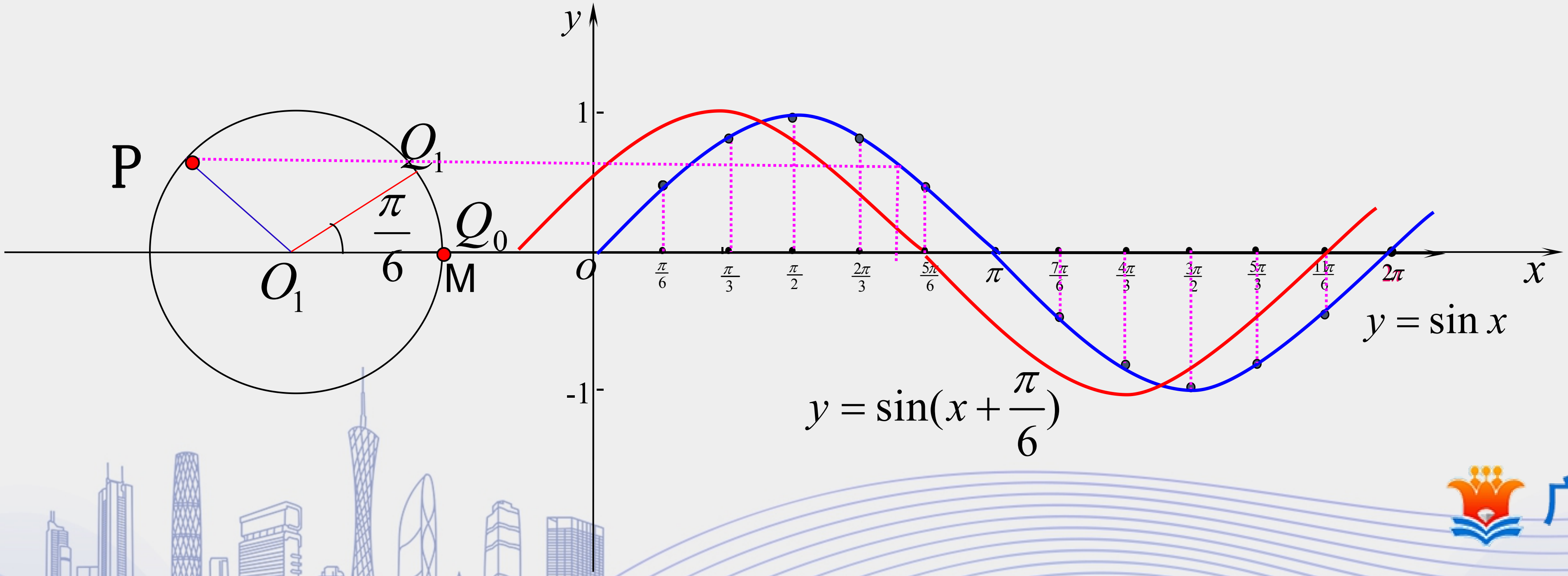
探究一：探索 φ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

数学实验

取 $A=1,\ \omega=1$

当起点位于 Q_0 时，$\varphi=0$ ，可得函数 $y=\sin x$ 的图象

当起点位于 Q_1 时，$\varphi=\frac{\pi}{6}$ ，可得函数 $y=\sin(x+\frac{\pi}{6})$ 的图象.

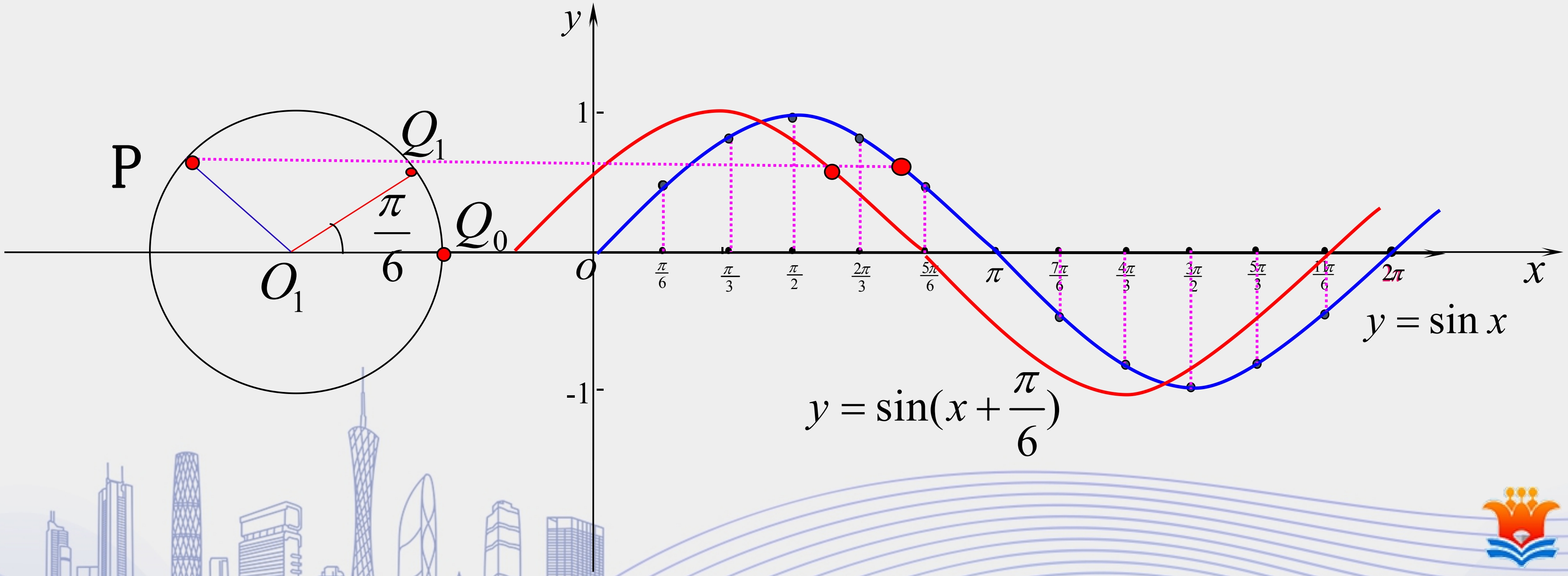


探究一：探索φ对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$图象的影响

从质点的匀速圆周运动规律来分析

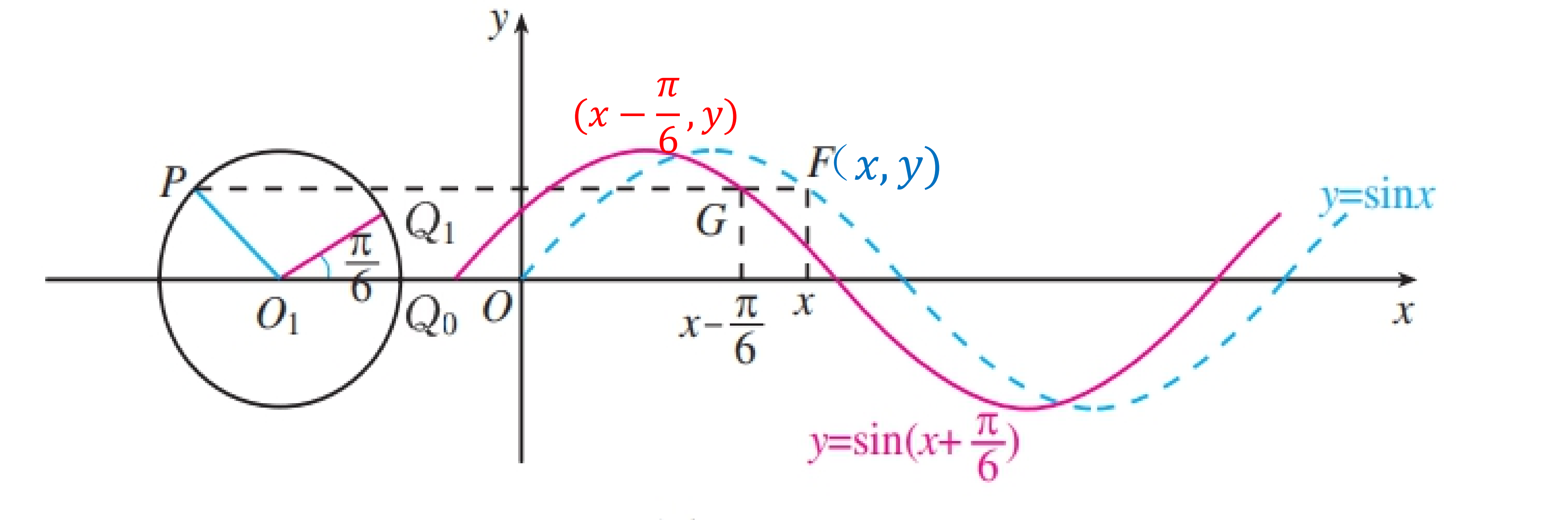
以 Q_0 为起点到达点P，所用时间为 x s

以 Q_1 为起点到达点P，所用时间为$\underline{\;x-\dfrac{\pi}{6}\;}$s



探究一：探索 φ 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

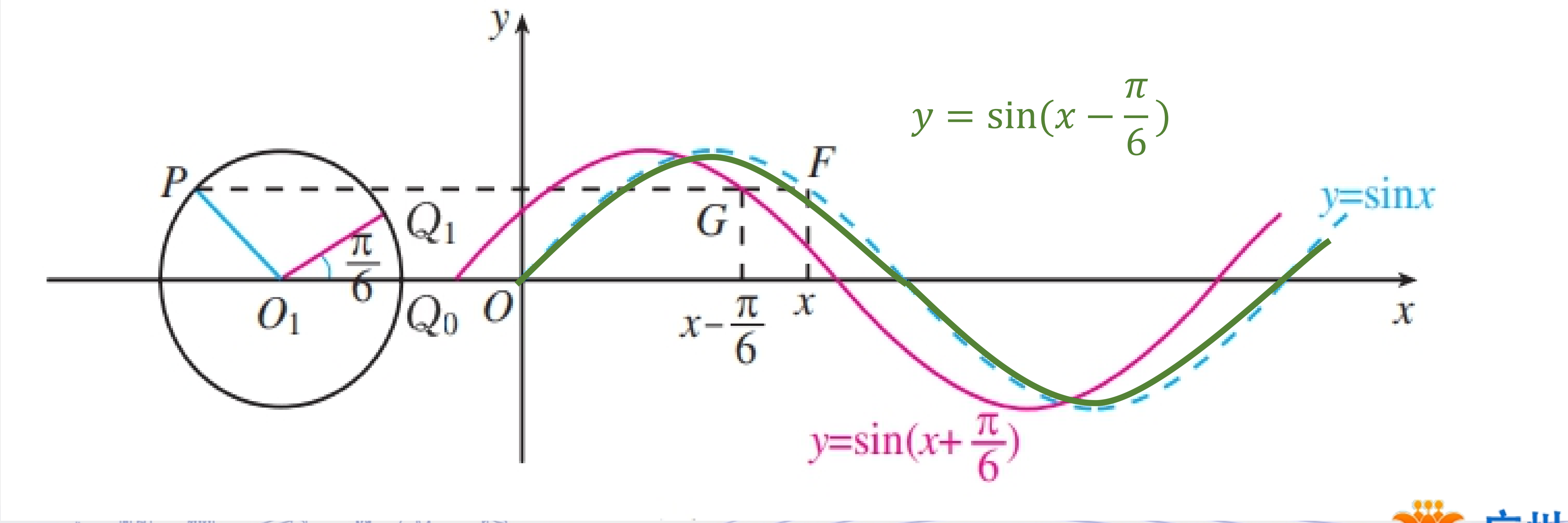
观察图象上点的坐标关系



探究一：探索 φ 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

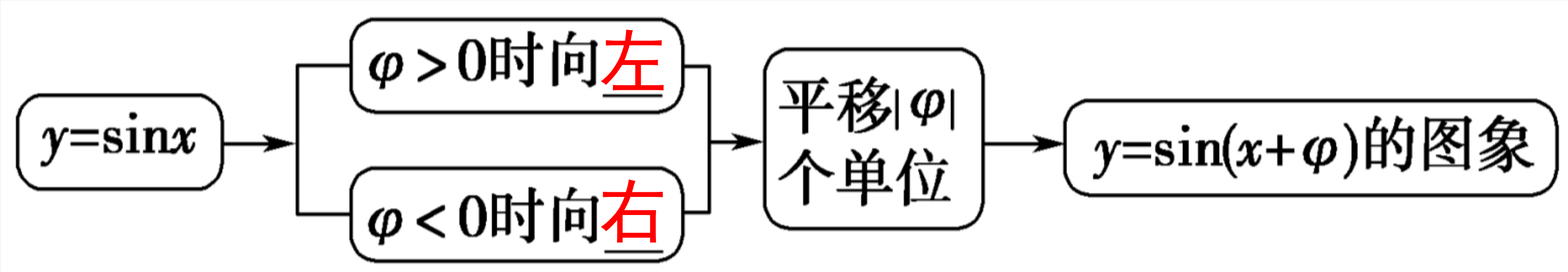
(1) 如果 φ 取 $\frac{\pi}{3}$，$-\frac{\pi}{6}$，对应的函数图象如何变化呢？

(2) 根据上面的研究，归纳出 φ 对函数 $y=\sin(x+\varphi)$ 图象影响的一般化结论.



探究一：探索 φ 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

φ对 $y=\sin(x+\varphi)$，$x\in\mathbf{R}$ 的图象的影响

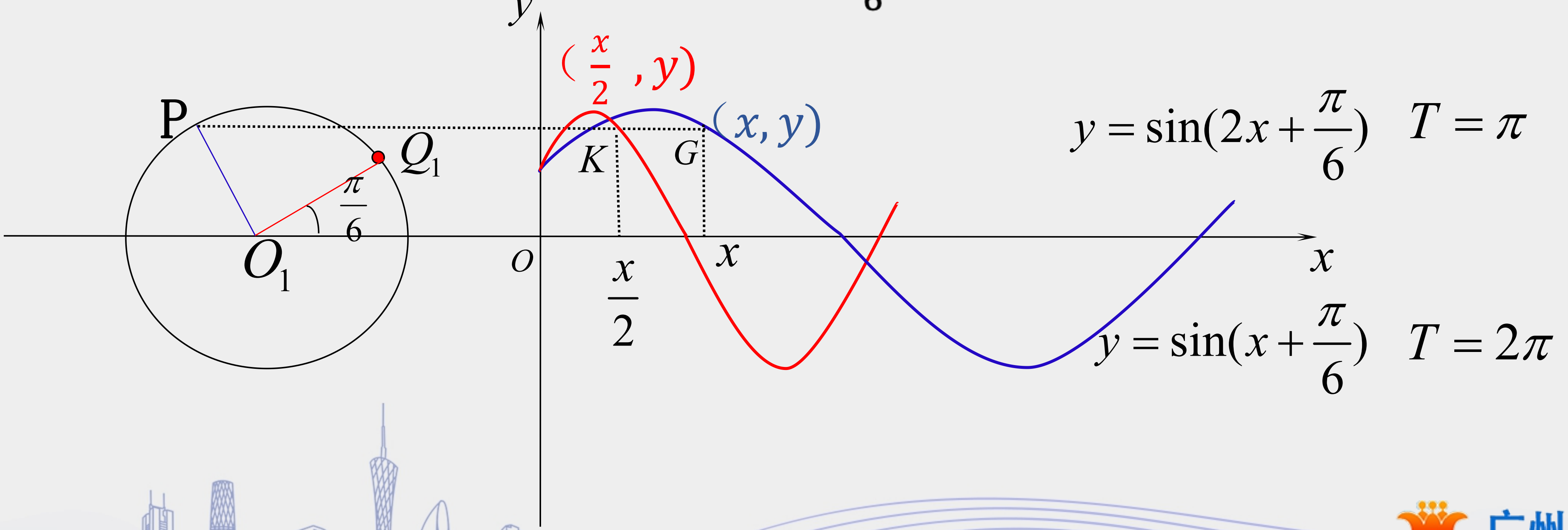


探究二：探索 $\omega(\omega>0)$ 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

数学实验　　取 $A=1,\varphi=\frac{\pi}{6}$

当$w=1$时，得到函数$y=\sin(x+\frac{\pi}{6})$的图象

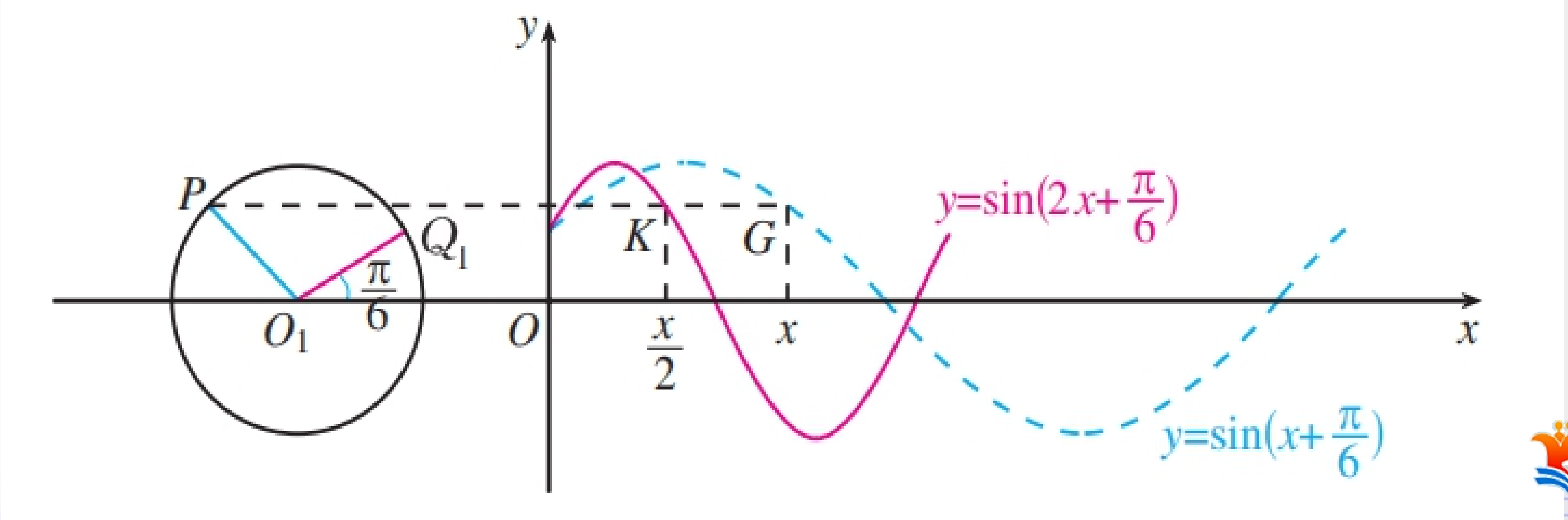
当$w=2$时，得到函数$y=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$的图象



探究二：探索 $\omega(\omega>0)$ 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

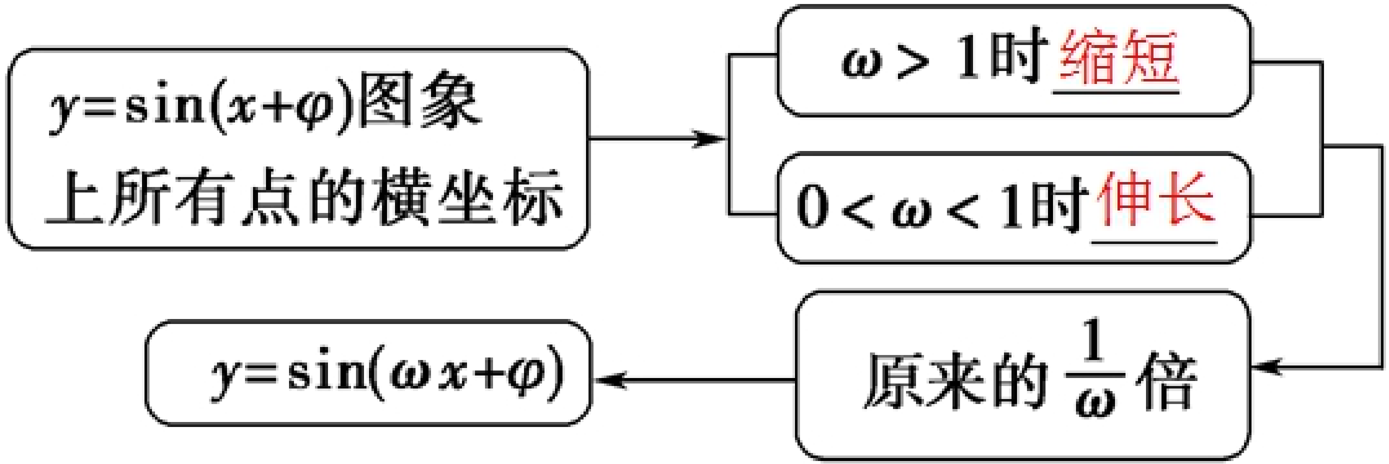
(1) 如果 $\omega=3,\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3}$ 对应的函数 $y=\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{6})$ 图象如何变化呢？

(2) 根据上面的研究，归纳出 ω 对函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 图象影响的一般化结论.



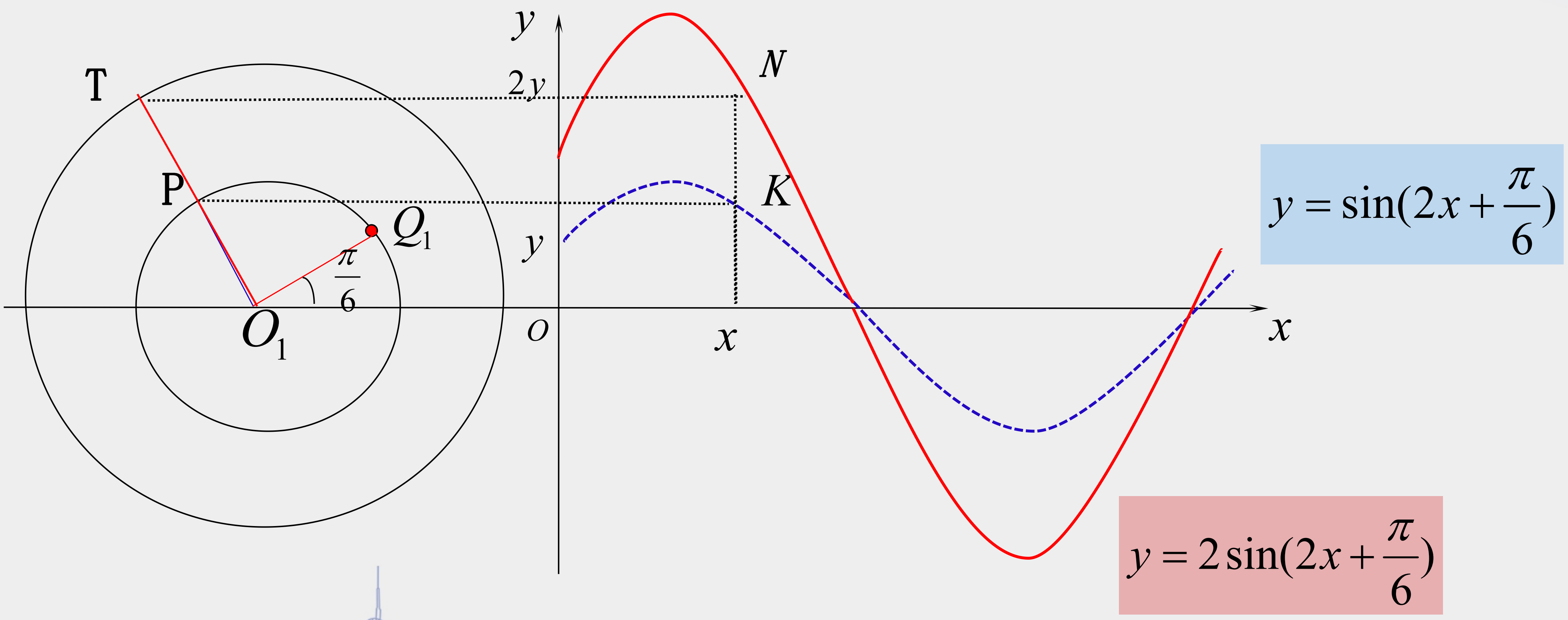
探究二：探索 $\omega(\omega>0)$ 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

$\omega(\omega>0)$对 $y=\sin(\omega x+\varphi)$的图象的影响



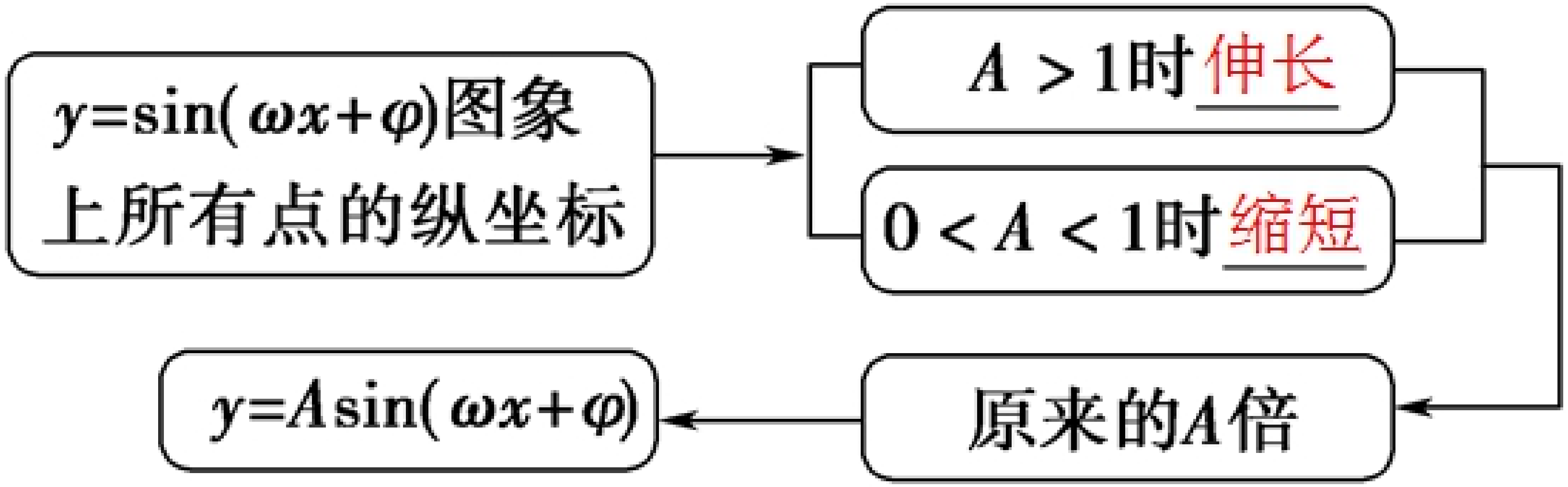
探究三：探索 $A(A>0)$ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

根据上面的研究，归纳出 A（A＞0）对函数图象影响的一般化结论.



探究三：探索 $A(A>0)$ 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

$A(A>0)$对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象的影响



函数$y=\sin x$的图像经变换得到$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图像的步骤：

平移变换 → 周期变换 → 振幅变换

- 步骤1：画出 $y=\sin x$ 的图像
- 向左(右)平移 $|\varphi|$ 个单位长度
- 步骤2：得到 $y=\sin(x+\varphi)$ 的图像
- 横坐标变为原来的 $\dfrac{1}{\omega}$，纵坐标不变
- 步骤3：得到 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像
- 纵坐标变为原来的 A 倍，横坐标不变
- 步骤4：得到 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像

周期变换 → 平移变换 → 振幅变换

- 步骤1：画出 $y=\sin x$ 的图像
- 横坐标变为原来的 $\dfrac{1}{\omega}$，纵坐标不变
- 步骤2：得到 $y=\sin \omega x$ 的图像
- 向左(右)平移 $\left|\dfrac{\varphi}{\omega}\right|$ 个单位长度
- 步骤3：得到 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像
- 纵坐标变为原来的 A 倍，横坐标不变
- 步骤4：得到 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像

三、典例分析

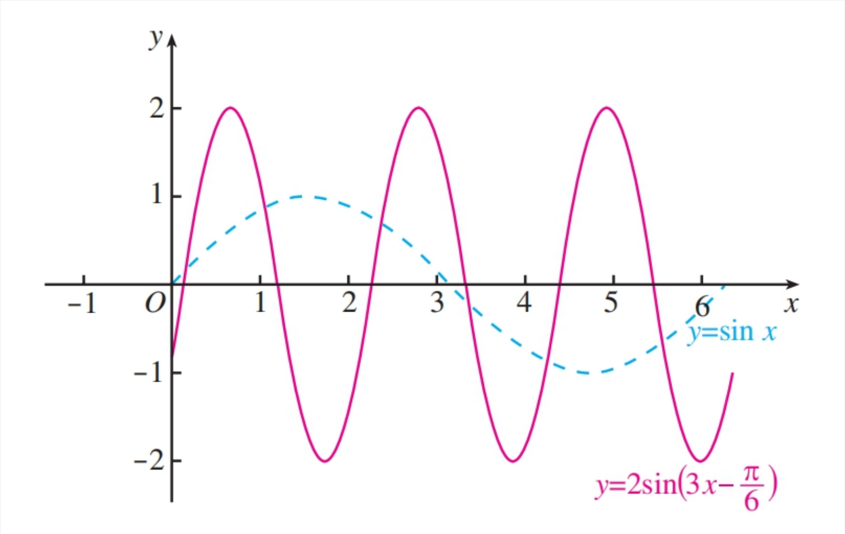
例1、画出函数 $y=2\sin(3x+\frac{\pi}{6})$ 在一个周期内的简图.

解：方法一（先平移再伸缩）

$$y=\sin x \xrightarrow{\text{向左平移}\frac{\pi}{6}\text{个单位}} y=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{纵坐标不变}]{\text{横坐标变为原来的}\frac{1}{3}\text{倍}} y=\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow[\text{横坐标不变}]{\text{纵坐标变为原来的 2 倍}} y$$

$$=2\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right).$$



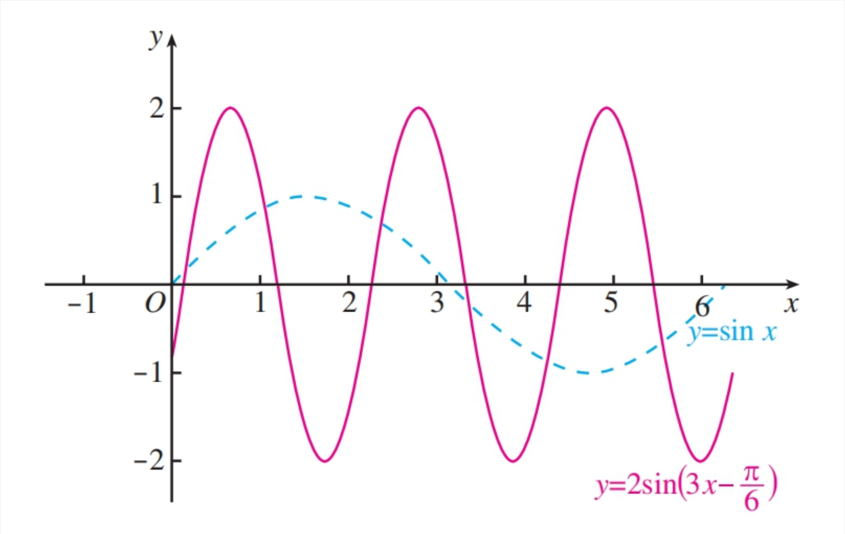
例1、画出函数 $y=2\sin(3x+\frac{\pi}{6})$ 在一个周期内的简图.

解：方法二（先伸缩再平移）

$$y=\sin x \xrightarrow[\text{纵坐标不变}]{\text{横坐标变为原来的}\frac{1}{3}\text{倍}} y=\sin 3x$$

$$\xrightarrow{\text{向左平移}\frac{\pi}{18}\text{个单位}} y=\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow[\text{横坐标不变}]{\text{纵坐标变为原来的 2 倍}}$$

$$=2\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right).$$

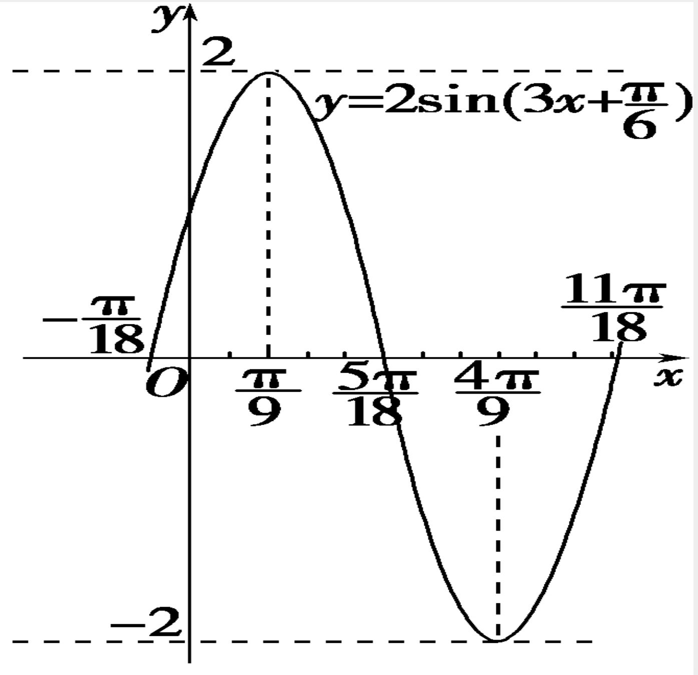


例1、画出函数 $y=2\sin(3x+\frac{\pi}{6})$ 在一个周期内的简图

法二：（五点法作图）

[解]　先画函数在一个周期内的图象．令 $X=3x+\frac{\pi}{6}$，则 $x=\frac{1}{3}\left(X-\frac{\pi}{6}\right)$，列表如下：

X	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$-\frac{\pi}{18}$	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{5\pi}{18}$	$\frac{4\pi}{9}$	$\frac{11\pi}{18}$
y	0	2	0	-2	0



四、课后作业

见目标检测题

共享课堂

谢 谢 观 看！

广州教育

共享课堂

5.6.2函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象

广州市真光中学 曹芳

广州教育

5.6.2函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图像答疑

广州市真光中学 曹芳

本节课主要内容是：

1. 了解参数 A,ω,φ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$图像的影响；
2. 理解函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图像的变化过程。

本节课的教学目标是：

1．掌握参数 A,ω,φ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图像的影响；

2．能从正弦曲线出发，经过平移变换、横坐标的伸缩变换、纵坐标的伸缩变换三种图象变换得到函数的图象，理解从正弦曲线到函数图象的变换过程；

3. 培养学生发现问题提出问题的能力，发展数学建模、数学抽象与直观想象的数学素养。

本节课的重点是：

1. 了解参数 A,ω,φ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图像的影响；
2. 理解函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图像的变化过程。

本节课的难点是：

1. 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图像变换与其解析式变换之间的内在关系；
2. 参数 ω 对函数图像的影响。

共享课堂

本节课的易错点是：

左右平移和伸缩变换容易出错，不能准确抓住“变换对象”导致出错。

例如：把函数 $y=\sin(3x-\dfrac{\pi}{3})$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位，再把所得图像上各点的横坐标缩短为原来的 $\dfrac{1}{2}$，得到函数解析式为（　　）

A. $y=\sin(6x-\dfrac{7\pi}{12})$　B. $y=\sin(\dfrac{3}{2}x-\dfrac{7\pi}{12})$　C. $y=\sin(6x-\dfrac{13\pi}{6})$　D. $y=\sin(6x-\dfrac{13\pi}{12})$

广州教育

共享课堂

错解 1：将原函数图像向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，得到 $\boxed{y=\sin(3x-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4})}=\sin(3x-\frac{7\pi}{12})$，再将横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$，得到 $y=\sin(2\cdot 3x-\frac{7\pi}{12})=\sin(6x-\frac{7\pi}{12})$，故选 A。

错解 2：将原函数图像向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，得到 $y=\sin(3x-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4})=\sin(3x-\frac{7\pi}{12})$，再将横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$，得到 $\boxed{y=\sin(\frac{1}{2}\cdot 3x-\frac{7\pi}{12})}=\sin(\frac{3}{2}x-\frac{7\pi}{12})$，故选 B。

错解 3：将原函数图像向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，得到 $y=\sin[3(x-\frac{\pi}{4})-\frac{\pi}{3}]=\sin(3x-\frac{13\pi}{12})$，再将横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$，得到 $\boxed{y=\sin 2\cdot(3x-\frac{13\pi}{12})}=\sin(6x-\frac{13\pi}{6})$，故选 C。

广州教育

正解：将原函数图像向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位，得到：$y=\sin[3(x-\frac{\pi}{4})-\frac{\pi}{3}]=\sin(3x-\frac{13\pi}{12})$，

再将横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$，得到$y=\sin(2\cdot 3x-\frac{13\pi}{12})=\sin(6x-\frac{13\pi}{12})$，故选D。

方法小结：

不论左右平移，还是横坐标的伸缩，变换的对象始终是“x”，如果表达式中x前有系数，需将x与系数分离。实际上，将函数表达式中“x”替换成“$x\pm a$”（左右平移）或者“λx”（横向伸缩变换）。

共享课堂

谢 谢 观 看！

广州教育