

2019~2020 学年度第二学期期末五校联考

高二数学

出题学校: 宝坻一中 静海一中

一. 选择题 (本题共 9 小题, 每题 5 分, 共 45 分.)

1. 已知全集 $U = R$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x \in R | x \geq 3\}$, 则 $A \cap C_U B = ()$

- A. $\{4, 5\}$ B. $\{3, 4, 5\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$

2. 若命题 $P: \forall x \geq 0, e^x + 2x - 1 \geq 0$, 则命题 P 的否定为 ()

- A. $\exists x_0 < 0, e^{x_0} + 2x_0 - 1 < 0$ B. $\forall x_0 \geq 0, e^{x_0} + 2x_0 - 1 < 0$
C. $\exists x_0 \geq 0, e^{x_0} + 2x_0 - 1 < 0$ D. $\exists x_0 < 0, e^{x_0} + 2x_0 - 1 \geq 0$

3. “ $x < -2$ ”是“ $\ln(x+3) < 0$ ”的 ()

- A. 充要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 其前 n 项和为 S_n , 满足 $a_3 + a_4 = 6$, $2a_5 = 9$, 则 S_7 的值为 ()

- A. $\frac{35}{2}$ B. 21 C. $\frac{49}{2}$ D. 28

5. 二项式 $(x - \frac{2}{x})^n$ 的展开式中, 第 3 项的二项式系数比第 2 项的二项式系数大 9, 则该

展开式中的常数项为 ()

- A. -160 B. -80 C. 80 D. 160

6. 从 5 名男生和 4 名女生中选出 3 名学生参加一项活动, 要求至少一名女生参加, 不同的选法种数是 ()

- A. 70 B. 74 C. 84 D. 504

7. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f'(x) = x^3 + a \ln(-x)$, 且曲线 $y = f(x)$ 在

点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率是 1, 则实数 $a = ()$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

8. 已知定义域为 R 的奇函数 $f(x)$ 的导函数为, 当 $x > 0$ 时, $xf'(x) > f(x)$. 若

$$a = \frac{f(-\log_2 3)}{-\log_2 3}, b = \frac{f(\log_4 6)}{\log_4 6}, c = \frac{f(\sin \frac{\pi}{8})}{\sin \frac{\pi}{8}}, \text{ 则 } a, b, c \text{ 的大小关系为 } ()$$

- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $c < b < a$ D. $b < c < a$

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + kx + 2k^2, & x \leq 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$, 若关于 x 的不等式 $f(x) \leq k$ 的解集为

$$[m, n] \cup [a, b], \text{ 且 } n < a, mn + ab - \frac{1}{2}k < \frac{27}{32}, \text{ 则实数 } k \text{ 的取值范围为 } ()$$

- A. $(\frac{5}{16}, \frac{4}{7})$ B. $(\frac{1}{8}, \frac{4}{7})$ C. $(\frac{1}{8}, \frac{5}{8})$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{4}{7})$

二. 填空题 (本题共 6 小题, 每题 5 分, 共 30 分.)

10. 若 $(2x-1)^4 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + a_3(x+1)^3 + a_4(x+1)^4$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 =$

11. 从 1, 2, 3, 4, 5 中任取 2 个不同的数, 事件 $A =$ “取到的 2 个数之和为偶数”, 事件 $B =$ “取到两个数均为偶数”, 则 $P(B|A) =$

12. 如图, 用 6 种不同的颜色给图中的 4 个格子涂色, 每个格子涂一种颜色, 要求最多使用 3 种颜色且相邻的两个格子颜色不同, 则不同的涂色方法共有 _____ 种 (用数字作答).



13. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \geq 0 \\ 4x - x^2, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(2-a^2) > f(a)$, 则实数 a 的取值范围是

14. 已知函数 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上单调, 且函数 $y = f(x-2)$ 的图象关于 $x=1$ 对称, 若数列 $\{a_n\}$ 是公差为 0 的等差数列, 且 $f(a_{50}) = f(a_{51})$, 则 $a_1 + a_{100}$ 等于 _____

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a - |x+1|, & x \leq 1 \\ (x-a)^2, & x > 1 \end{cases}$, 函数 $g(x) = 2 - f(x)$, 若函数 $y = f(x) - g(x)$

恰有 4 个不同的零点, 则实数 a 的取值范围为_____.

三. 解答题 (本题共 5 小题, 每题 15 分, 共 75 分.)

16. 一项试验有两套方案, 每套方案试验成功的概率都是 $\frac{2}{3}$, 试验不成功的概率都是 $\frac{1}{3}$ 甲

随机地从两套方案中选取一套进行这项试验, 共试验了 3 次, 每次实验相互独立, 且要从两套方案中等可能地选择一套.

(1) 求 3 次试验都选择了同一套方案且都试验成功的概率;

(2) 记 3 次试验中, 都选择了第一套方案并试难成功的次数为 X , 求 X 的分布列和期望 EX .

17. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $2a_2 = a_4 - a_3$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = 1 + 2\log_2 a_n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $c_n = a_n \cdot b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

18. 某超市在节日期间进行有奖促销, 凡在该超市购物满 200 元的顾客, 将获得一次摸奖机会, 规则如下: 一个袋子装有 5 只形状和大小均相同的玻璃球, 其中两只是红色, 三只是绿色, 顾客从袋子中一次摸出两只球, 若两只球都是红色, 则奖励 20 元; 若两只球都是绿色, 则奖励 10 元; 若两只球颜色不同, 则不奖励.

(1) 求一名顾客在一次摸奖活动中获得 20 元的概率;

(2) 记 X 为两名顾客参与该摸奖活动获得的奖励总额, 求随机变量 X 的分布列和数学期望.

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_n = a_{n+1} + 2n - 8$, $n \in N^*$, $a_1 = 8$, 设 $b_n = a_n - 2$.

(I) 证明: $\{b_n\}$ 是等比数列;

(II) 设 $c_n = (-1)^n \frac{a_n}{(2^n + 1)(2^{n+1} + 1)}$, 求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n , 若对于任意

$n \in N^*$, $\lambda \geq T_n$ 恒成立, 求 λ 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{a+1}{2} x^2 + 1$.

(1) 当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 求 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上的最值;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(3) 当 $-1 < a < 0$ 时, 有 $f(x) > 1 + \frac{a}{2} \ln(-a)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.