

高一数学

本试卷共 4 页,150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分(选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

(1)复数 $1 + i^2 =$

(A)0

(B)2

(C)2i

(D)1 - i

(2)在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} =$

(A) \overrightarrow{CA}

(B) \overrightarrow{AC}

(C) \overrightarrow{BD}

(D) \overrightarrow{DB}

(3)某中学高一年级有 280 人,高二年级有 320 人,高三年级有 400 人,为了解学校高中学生视力情况,现用比例分配的分层随机抽样方法抽取一个容量为 50 的样本,则高一年级应抽取的人数为

(A)14

(B)16

(C)28

(D)40

(4)若单位向量 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$,则 $a \cdot b =$

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D)1

(5)若 a 和 b 是异面直线, a 和 c 是平行直线,则 b 和 c 的位置关系是

(A)平行

(B)异面

(C)异面或相交

(D)相交、平行或异面

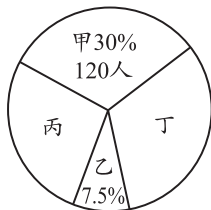
(6) 甲、乙、丙、丁四组人数分布如图所示, 根据扇形统计图的情况可以知道丙、丁两组人数和为

(A) 150

(B) 250

(C) 300

(D) 400



(7) 已知复数 z 满足 $(z-1)i = 1+i$, 则 $z =$

(A) $-2-i$

(B) $-2+i$

(C) $2+i$

(D) $2-i$

(8) 若长方体所有顶点都在一个球面上, 长、宽、高分别是 3, 2, 1, 则这个球面的面积为

(A) 9π

(B) 12π

(C) 14π

(D) 18π

(9) 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为非零向量, 则“ $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$ ”是“ \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 共线”的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(10) 已知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $AB = AC = 5$, $BC = 6$, 点 P 在线段 AC 上运动, 则

$|\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}|$ 的取值范围是

(A) $[3, 4]$

(B) $[\frac{12}{5}, 6]$

(C) $[6, 8]$

(D) $[\frac{24}{5}, 8]$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

(11) 设复数 $z = 1 + i$, 则 z 的模 $|z| =$ _____.

(12) 数据 19, 20, 21, 23, 25, 26, 27, 则这组数据的方差是_____.

(13) 三棱锥的三条侧棱两两垂直, 长分别为 1, 2, 3, 则这个三棱锥的体积为_____.

(14) 已知 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (2, y)$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 则 $y =$ _____.

(15) 在 $\triangle ABC$ 中, $b = 10$, $A = \frac{\pi}{6}$.

①若 $a = 5$, 则角 B 大小为_____;

②若角 B 有两个解, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题共 6 小题,共 85 分。解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程。

(16)(本小题 14 分)

已知复数 $z = (m^2 - m) + (m + 3)i$ ($m \in \mathbf{R}$) 在复平面内对应点 Z .

- (I)若 $m = 2$,求 $z \cdot \bar{z}$;
- (II)若点 Z 在直线 $y = x$ 上,求 m 的值.

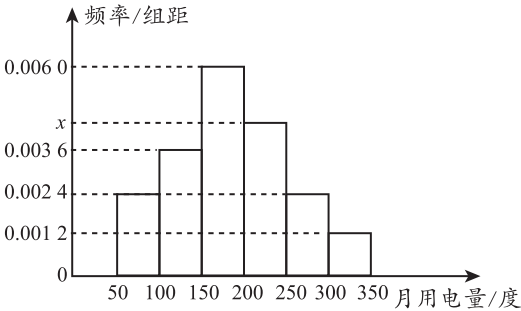
(17)(本小题 14 分)

已知三个点 $A(2,1), B(3,2), D(-1,4)$.

- (I)求证: $AB \perp AD$;
- (II)若四边形 $ABCD$ 为矩形,求点 C 的坐标及矩形 $ABCD$ 两对角线所成锐角的余弦值.

(18)(本小题 14 分)

为了解某小区 7 月用电量情况,通过抽样,获得了 100 户居民 7 月用电量(单位:度),将数据按照 $[50,100), [100,150), \dots, [300,350]$ 分成六组,制成了如图所示的频率分布直方图.

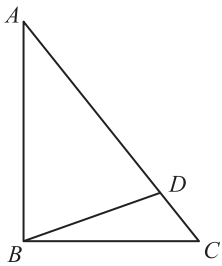


- (I)求频率分布直方图中 x 的值;
- (II)已知该小区有 1000 户居民,估计该小区 7 月用电量不低于 200 度的户数,并说明理由;
- (III)估计该小区 85% 的居民 7 月用电量的值,并说明理由.

(19)(本小题 14 分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^{\circ}$, $AB=4$, $BC=3$,点 D 在线段 AC 上,且 $AD=4DC$.

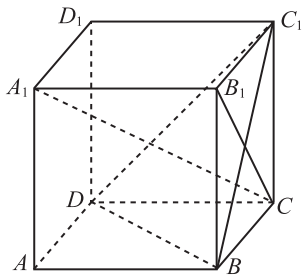
- (I)求 BD 的长;
- (II)求 $\sin \angle BDC$ 的值.



(20)(本小题 14 分)

如图所示,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=1$.

- (I)求证: $BD \perp A_1C$;
- (II)求证:平面 $BDC_1 \perp$ 平面 A_1B_1C ;
- (III)用一张正方形的纸把正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 完全包住,不将纸撕开,求所需纸的最小面积.(结果不要求证明)



(21)(本小题 15 分)

如图所示,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $BC \parallel$ 平面 PAD ,

$BC=\frac{1}{2}AD$, E 是 PD 的中点.

- (I)求证: $BC \parallel AD$;
- (II)求证: $CE \parallel$ 平面 PAB ;
- (III)若 M 是线段 CE 上一动点,则线段 AD 上是否存在点 N ,使 $MN \parallel$ 平面 PAB ? 说明理由.

