

2019 学年绍兴一中高二下期中试卷试题

1: 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \ln x$ 的定义域为 ()

- A. $\{x | x \neq 1\}$ B. $\{x | x > 0 \text{ 且 } x \neq 1\}$ C. $\{x | x > 1\}$ D. $\{x | 0 < x < 1\}$

2: 已知 $a = (1, -3)$, $b = (-2, 1)$, 且 $(a + 2b) \parallel (ka - b)$, 则实数 $k =$ ()

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

3: 若角 α 的终边过点 $(-1, -2)$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()

- A. $-\frac{2}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

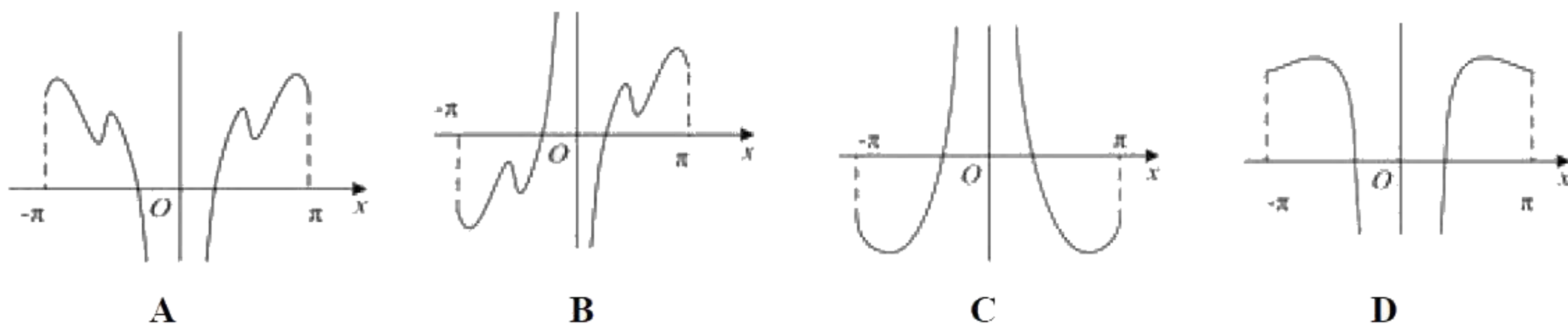
4: 已知 O 为坐标原点, 点 $A(0, 1)$, $B(2, 5)$, $C(x, -3)$, 若 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, 则实数 $x =$ ()

- A. 6 B. -6 C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

5: 已知 $x = \log_5 2$, $y = \log_2 \sqrt{5}$, $z = 3^{-\frac{1}{2}}$, 则下列关系正确的是 ()

- A. $x < z < y$ B. $x < y < z$ C. $z < x < y$ D. $z < y < x$

6: 函数 $f(x) = \ln|x| + |\sin x|$ ($-\pi \leq x \leq \pi$, 且 $x \neq 0$) 的大致图象是 ()



7: 设单位向量 \vec{e}_1 , \vec{e}_2 对任意实数 λ 都有 $\left| \vec{e}_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{e}_2 \right| \leq \left| \vec{e}_1 + \lambda \vec{e}_2 \right|$, 则向量 \vec{e}_1 , \vec{e}_2 的夹角为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

8: 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $2c \cos B - \sqrt{3}b = 2a$, 则 $C =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$

9: 设平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$, $|\vec{c} - 2\vec{a}| + |\vec{c} - \vec{b}| = \sqrt{3}$, 则 $|\vec{c} - \vec{a}| + |\vec{c} + \vec{a}|$ 的最小值是 ().

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{7}$ D. 4

10: 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a = 2b \sin C$, 则 $\tan A + \tan B + \tan C$ 的最小值是 ()

- A. 4 B. $3\sqrt{3}$ C. 8 D. $6\sqrt{3}$

11: 若复数 z 满足条件 $(1+2i)z = 5$, 则 $\bar{z} =$ _____; $|z| =$ _____.

12: 若 $f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{3n-1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 用数学归纳法验证关于 $f(n)$ 的命题时, 第一步计算

$f(1) =$ _____; 第二步“从 $n = k$ 到 $n = k+1$ 时”, $f(k+1) = f(k) +$ _____.

13: 已知当 $x = \theta$ 时, 函数 $f(x) = 2\sin x - \cos x$ 取得最大值, 则最大值为_____, $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) =$ _____。

14: 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 \cdot f'(2) + \ln x$, 则 $f'(2) =$ _____, $f(x)$ 的极大值点为_____。

15: 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\cos^2 B = 1 - 2\sin A \sin C$, 且 $a = 3c$, 则 $\cos(A + B) =$ _____。

16: 若 x_1 是方程 $xe^x = e^2$ 的解, x_2 是方程 $x \ln x = e^2$ 的解, 则 $x_1 x_2 =$ _____

17: 在 $\triangle ABC$ 中, D 是线段 BC 上靠近 C 点的三等分点, 若 $\angle ABC = \angle DAC = \theta$, 则 $\tan \theta$ 的最大值为_____。

18: 在 $\triangle ABC$ 中, $2\sin^2 \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2} = \sin A$.

(1) 求 $\sin A$ 的值;

(2) 若 $AB + AC = 4$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, 求边长 BC 的长

19: 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = -\frac{2}{3}$, $a_n = -\frac{1}{a_{n-1} + 2} (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$

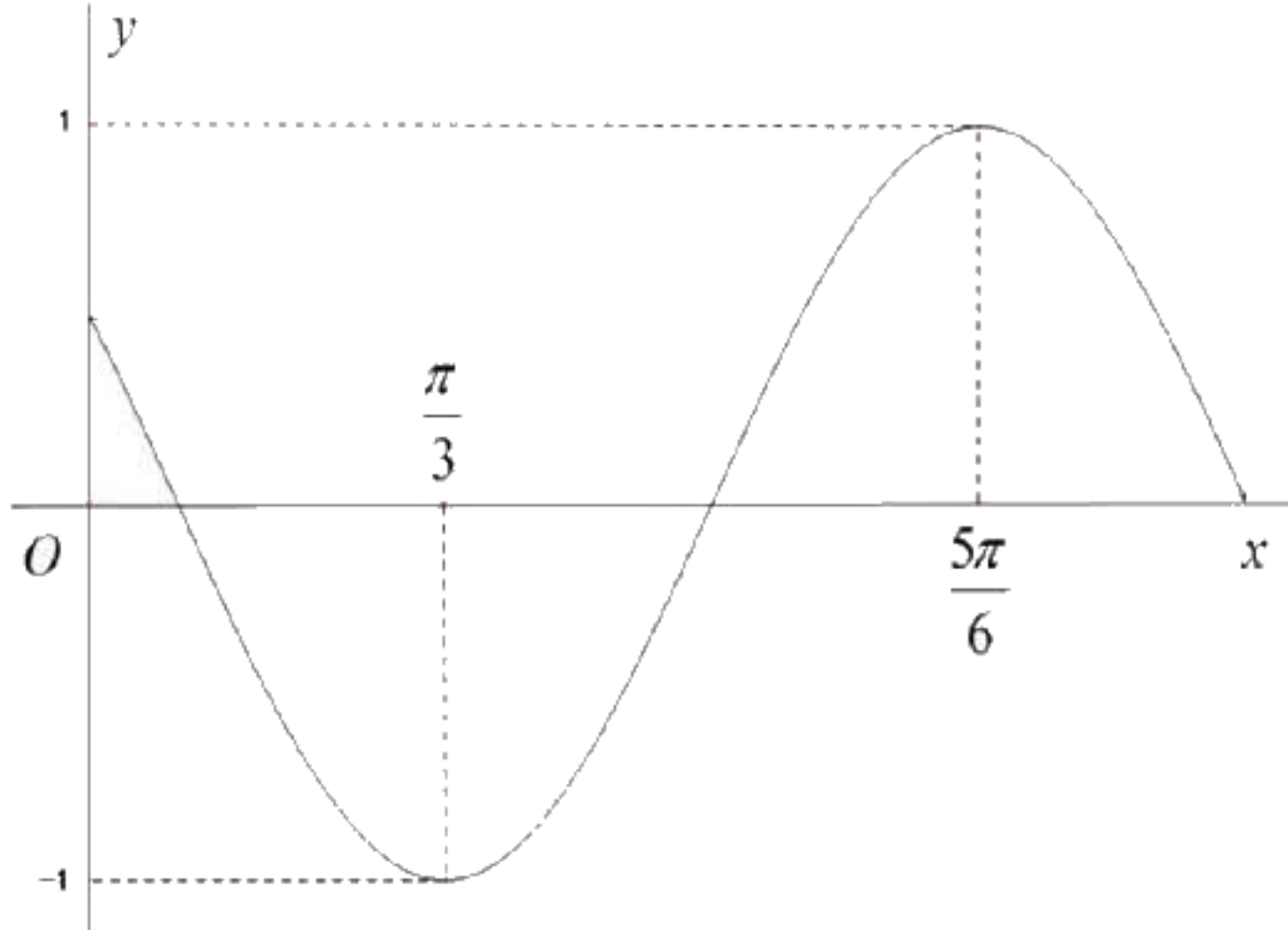
(1) 求 a_2, a_3, a_4 的值;

(2) 猜想数列 a_n 的通项公式, 并用数学归纳法证明.

20: 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如下图所示.

(1) 若 $f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后, 得到 $g(x)$ 的图像, 求 $g(x)$ 的解析式;

(2) 若方程 $f(x) - 3m = 0$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{13\pi}{12}\right]$ 上有三个不同的实根, 求 m 的取值范围.



21: 在 $\triangle OAB$ 中, 已知 $|\overrightarrow{OB}| = \sqrt{2}$, $|\overrightarrow{AB}| = 1$, $\angle AOB = 45^\circ$.

(1) 求 $|\overrightarrow{OA}|$ 的值;

(2) 若 $\overrightarrow{OP} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB}$, 且 $\lambda + 2\mu = 2$, 求 \overrightarrow{OA} 在 \overrightarrow{OP} 上的投影的取值范围.

22: 定义函数 $f(x) = (1 - x^2)(x^2 + bx + c)$.

(1) 若 $f(x)$ 的图象关于 $x = 2$ 对称, 求 $2b + c$ 的值;

(2) 若 $x \in [-1, 1]$, 记 $|f(x)|$ 的最大值为 $M(b, c)$, 当 b, c 变化时, 求 $M(b, c)$ 的最小值.