

湖北省十堰市车城高级中学 2019-2020 学年高二下学期期中考试

# 数学（理科）试题

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知  $i$  是虚数单位，若复数  $z$  满足  $z(2-i)=3+i$ ，则  $\bar{z}$  在复平面内的对应点位于( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

2. 将 4 封信投入 3 个信箱，可能的投放方法共有( )种

- A. 12      B. 24      C. 81      D. 64

3. 甲乙两人下棋，甲获胜的概率为 0.3，两人下成和棋的概率为 0.55，那么甲不输的概率为( )

- A. 0.25      B. 0.3      C. 0.55      D. 0.85

4. 今有 8 件不同的奖品，从中选 6 件分成三份，两份各 1 件，另一份 4 件，不同的分法有( )种

- A. 420      B. 840      C. 30      D. 120

5. 若随机变量  $X$  服从正态分布  $N(8, 1)$ ，则  $P(9 < X < 10) = ( )$

附：随机变量  $X \sim N(\mu, \sigma^2) (\sigma > 0)$ ，则有如下数据： $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.6826$ ，

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9544, \quad P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9974$$

- A. 0.4472      B. 0.3413      C. 0.1359      D. 1

6. 若  $\left(3x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$  展开式的二项式系数之和为 64，则展开式中的常数项是( )

- A. 9      B. 18      C. 135      D. 1215

7. 5 人排成一排，要求甲乙两人之间至多有 1 人，则不同的排法有( )种

- A. 84      B. 72      C. 96      D. 48

8. 某人射击一次击中目标的概率为 0.5，则此人射击 3 次至少 2 次击中目标的概率为( )

- A.  $\frac{3}{8}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $\frac{1}{8}$       D.  $\frac{1}{2}$

9. 已知随机变量  $X$  的分布列为：

|   |     |   |
|---|-----|---|
| X | 0   | 1 |
| P | 1-p | p |

若  $D(X) = \frac{3p}{4} (0 < p < 1)$ ，则  $p$  的值为( )

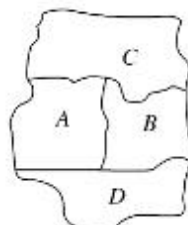
- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{2}{3}$

10. 在研究打鼾与患心脏病之间的关系中, 通过收集数据、整理分析数据得“打鼾与患心脏病有关”的结论, 并且有 99% 以上的把握认为这个结论是成立的. 下列说法中正确的是 ( )

- A. 100 个心脏病患者中至少有 99 人打鼾
- B. 在 100 个心脏病患者中可能一个打鼾的人都没有
- C. 1 个人患心脏病, 那么这个人有 99% 的概率打鼾
- D. 在 100 个心脏病患者中一定有打鼾的人

11. 现有 5 种不同颜色要对如图所示的四个部分进行着色, 要求有公共边界的两块不能用同一种颜色, 则不同的着色方法共有 ( )

- A. 150 种
- B. 180 种
- C. 240 种
- D. 120 种



12. 某公司过去五个月的广告费支出  $x$  与销售额  $y$  (单位: 万元) 之间有下列对应数据:

|     |   |    |    |    |    |
|-----|---|----|----|----|----|
| $x$ | 2 | 4  | 5  | 6  | 8  |
| $y$ | ▲ | 40 | 60 | 50 | 70 |

工作人员不慎将表格中  $y$  的第一个数据丢失. 已知  $y$  对  $x$  呈线性相关关系, 且回归方程为  $y = 6.5x + 17.5$ , 则下列说法: ①销售额  $y$  与广告费支出  $x$  正相关; ②丢失的数据 (表中 ▲ 处) 为 30; ③该公司广告费支出每增加 1 万元, 销售额一定增加 6.5 万元; ④若该公司下月广告投入 8 万元, 则销售额为 69.5 万元. 其中, 正确说法有 ( )

- A. 4 个
- B. 3 个
- C. 2 个
- D. 1 个

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知  $(2x - \sqrt{5})^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$ , 则  $(a_0 + a_2 + a_4)^2 - (a_1 + a_3)^2 =$  \_\_\_\_\_.

14. 设随机变量  $\xi$  服从正态分布  $N(5, 3)$ , 若  $P(\xi > a+3) = P(\xi < a-1)$ , 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.

15. 甲、乙、丙 3 人站到共有 6 级的台阶上, 若每级台阶最多站 3 人, 同一级台阶上的人不区分站的位置, 则不同的站法种数是 \_\_\_\_\_ (用数字作答).

16. 甲、乙两人参加知识竞赛, 甲、乙两人能荣获一等奖的概率分别为  $\frac{3}{5}$  和  $\frac{1}{3}$ , 且两人是否

获得一等奖相互独立, 则两人中恰有一个人获得一等奖的概率是 \_\_\_\_\_

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分) 已知复数  $Z = (1+i)m^2 - (2+4i)m - 3+3i$  ( $m \in \mathbb{R}$ ).

(1) 当  $m$  为何值时,  $Z$  为纯虚数? (2) 当  $m$  为何值时,  $Z$  对应的点在  $y = 2x + 1$  上?

18. (本小题满分 12 分) 已知  $(\sqrt{x} - \frac{2}{x})^n$  的展开式中, 第 3 项和第 10 项的二项式系数相等.

- (1) 求  $n$ ; (2) 求展开式中  $x^4$  项的系数.

19. (本小题满分 12 分)

甲、乙两人各射击一次, 击中目标的概率分别是  $\frac{1}{2}$  和  $\frac{2}{5}$ . 假设两人射击是否击中目标, 相互之间没有影响; 每次射击是否击中目标, 相互之间没有影响.

(1) 求甲射击 5 次, 至少 1 次未击中目标的概率;

(2) 求两人各射击 3 次, 甲恰好比乙多击中目标 2 次的概率.

20. (本小题满分 12 分)

某校准备从报名的 6 位教师 (其中男教师 3 人, 女教师 3 人) 中选 3 人去边区支教.

(I) 设所选 3 人中女教师的人数为  $X$ , 求  $X$  的分布列及数学期望;

(II) 若选派的三人依次到甲、乙、丙三个地方支教, 求甲地是男教师的情况下, 乙地为女教师的概率.

21. (本小题满分 12 分)

某中学研究性学习小组为了考察高中学生的作文水平与爱看课外书的关系, 在本校高三年级随机调查了 50 名学生. 调查结果表明: 在爱看课外书的 24 人中有 18 人作文水平好, 另 6 人作文水平一般; 在不爱看课外书的 26 人中有 7 人作文水平好, 另 19 人作文水平一般.

(I) 试根据以上数据完成以下  $2 \times 2$  列联表, 并运用独立性检验思想, 指出有多大把握认为中学生的作文水平与爱看课外书有关系?

高中学生的作文水平与爱看课外书的  $2 \times 2$  列联表

|        | 爱看课外书 | 不爱看课外书 | 总 计 |
|--------|-------|--------|-----|
| 作文水平好  |       |        |     |
| 作文水平一般 |       |        |     |
| 总 计    |       |        |     |

(II) 将其中某 4 名爱看课外书且作文水平好的学生分别编号为 1、2、3、4, 某 4 名爱看课外书且作文水平一般的学生也分别编号为 1、2、3、4, 从这两组学生中各任选 1 人进行学习交流, 求被选取的两名学生的编号之和为 2 的倍数或 3 的倍数的概率.

参考公式:  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ ,

参考数据:

| $P(K^2 \geq k_0)$ | 0.10  | 0.05  | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001  |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $k_0$             | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

22. (本小题满分 12 分) 某大学生参加社会实践活动, 对某公司 1 月份至 6 月份销售某种配件的销售量及销售单价进行了调查, 销售单价  $x$  和销售量  $y$  之间的一组数据如下表所示:

|              |    |     |    |      |    |      |
|--------------|----|-----|----|------|----|------|
| 月份           | 1  | 2   | 3  | 4    | 5  | 6    |
| 销售单价 $x$ (元) | 9  | 9.5 | 10 | 10.5 | 11 | 8    |
| 销售量 $y$ (件)  | 11 | 10  | 8  | 6    | 5  | 14.2 |

- (1) 根据 1 至 5 月份的数据, 求出  $y$  关于  $x$  的回归直线方程;
- (2) 若由回归直线方程得到的估计数据与剩下的检验数据的误差不超过 0.5 元, 则认为所得到的回归直线方程是理想的, 试问 (1) 中所得到的回归直线方程是否理想?
- (3) 预计在今后的销售中, 销售量与销售单价仍然服从 (1) 中的关系, 若该种机器配件的成本是 2.5 元/件, 那么该配件的销售单价应定为多少元才能获得最大利润? (注: 利润=销售收入-成本).

附: 回归直线方程  $\hat{y} = bx + \hat{a}$ , 其中  $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$ ,  $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$ ,  $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 392$ ,  $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 502.5$ ,