

数学试题

考试范围：选修 2-2,2-3 考试时间：120 分钟 满分：150 分
(命题学校：梁平一中 审题学校：忠州中学)

注意：本试卷包含 I、II 两卷。第 I 卷为选择题，所有答案必须用 2B 铅笔涂在答题卡中相应的位置。第 II 卷为非选择题，所有答案必须填在答题卷的相应位置。答案写在试卷上均无效，不予记分。

第 I 卷 选择题 (共 60 分)

一、选择题：本题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $Z = 1 + \frac{1}{i}$ ，则 Z 的共轭复数是 ()

A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$

2. 下列导数运算正确的是 ()

A. $(5^x)' = 5^x$ B. $(x + \frac{1}{x})' = 1 - \frac{1}{x^2}$

C. $(\log_5 x)' = \frac{5}{x}$ D. $(5 \sin x)' = -5 \cos x$

3. 3 男 2 女站成一排，其中 2 名女生必须排在一起的不同排法有 ()

A. 24 种 B. 48 种 C. 96 种 D. 120 种

4. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(1, 4)$ ，则 $P(X \geq 3) \approx$ ()

参考数据： $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$ ， $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$ ， $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$

A. 0.6827 B. 0.3173 C. 0.15865 D. 0.34135

5. 已知 m 为函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$ 的极小值点，则 $m =$ ()

A. 2 B. 4 C. -2 D. -4

6. 若 y 与 x 之间的几组数据为

x	0	1	2	3	4
y	3	4	4	5	m

已求得 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 0.3x + 3.4$ ，则 $m =$ ()

A. 6 B. 5 C. 4.6 D. 4

7. $(x^2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}})^4$ 的展开式中 x 的系数为 ()

A. -32 B. 32 C. -16 D. 16

8. 甲、乙、丙、丁四名同学报名参加 4×100 接力比赛, 记事件 A 为“甲同学跑第一棒”, 事件 B 为“乙同学跑第二棒”, 则 $P(B|A)$ 的值为 ()

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

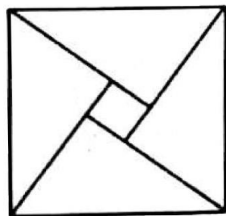
9. 七校联盟将举行高中数学优质课大赛, 7 名教师参加, 每人上一节课。教师甲不能上第一节, 教师乙不能上最后一节, 则 7 名教师上课的不同排法有 ()

A. 5040 种 B. 4800 种 C. 3720 种 D. 4920 种

10. 已知函数 $f(x) = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 - x$ 在 $[\frac{1}{3}, +\infty)$ 上存在单调递增区间, 则 m 的取值范围为 ()

A. $[0, +\infty)$ B. $[-4, +\infty)$ C. $[-3, +\infty)$ D. $[-\frac{11}{9}, +\infty)$

11. 汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”是我国古代数学的瑰宝。如图所示, 由四个全等的直角三角形和一个正方形构成。现有 5 种不同的颜色可供选择, 要求相邻的区域不能涂同一种颜色, 则不同的涂色方案有 ()



A. 180 B. 192 C. 420 D. 480

12. 已知曲线 $f(x) = a \cdot e^{2x}$ ($a > 0$) 与曲线 $g(x) = x^3 - 3m$ ($m > 0$) 有公共点, 且在该点处的切线相同, 当 m 变化时, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $(1, \frac{27}{8e^3})$ B. $(0, \frac{27}{8e^3})$ C. $(1, \frac{3}{2e})$ D. $(0, \frac{3}{2e})$

第 II 卷 非选择题 (共 90 分)

二、填空题: 本题包括 4 小题, 共 20 分。

13. 已知 $Z = (m+1) + (m^2 - 4)i$ 在复平面内对应的点在第二象限, 则实数 m 的取值范围是 _____,

14. 若随机变量 X 服从二项分布 $B(60, \frac{1}{4})$, 则 $E(X) =$ _____, $D(X) =$ _____.

15. 设 $f(x)$ 为可导函数, 且满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-3x)}{x} = 1$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率是 _____。

16. 函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$, $g(x) = x^2 - bx$, 若对任意的 $x_1 \in (0, 2)$, 存在 $x_2 \in [2, 3]$, 使得

$f(x_1) \geq g(x_2)$, 则实数 b 的取值范围为 _____。

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。其中, 17 题满分 10 分, 其余各题满分 12 分。

17. 已知复数 $Z_1 = a + i$, $Z_2 = 3 + bi$, ($a, b \in R$, i 是虚数单位)

(1) 若 $Z_1 + Z_2 = 5$, 求 $|Z_1|, |Z_2|$;

(2) 若 $Z_1 \cdot Z_2 = 3i$, 求复数 Z_1, Z_2 。

18. 将 8 本不同的书, 全部分给小赵、小钱、小孙、小李四人, 在下列不同的情形下, 分别有多少种不同的分法? (写出必要的数学式, 结果用数字作答。)

(1) 每人分得 2 本;

(2) 有 1 人分得 5 本, 其余 3 人各分得 1 本。

19. 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$,

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上的最大值和最小值。

20. 2019 年, 重庆市实施高考改革方案, 采用“3+1+2”的方式进行选科。其中, “1”为物理、历史科目中选择一科。现对高二某班的 50 名同学进行了统计分析, 从而得到下表 (单位: 人)

	物理	历史	总计
男	22		32
女		10	
总计			50

(1) 完成上面的 2×2 列联表。

(2) 根据列联表判断能否有 90% 的把握认为物理科目的选择与性别有关?

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

21.因新冠疫情的影响，2020 年春季开学延迟，老师采用线上教学。某校高中二年级年级组规定：学生每天线上学习时间 3 小时及以上为合格，3 小时以下为不合格。现从 1 班，2 班，3 班随机抽取一些学生进行网上学习时间调查，3 个班的人数分别为 40 人，32 人，32 人，再采用分层抽样的方法从这 104 人中抽取 13 人。

(1) 应从这 3 个班中分别抽取多少人？

(2) 若抽出的 13 人中有 10 人学习时间合格，3 人学习时间不合格，现从这 13 人中随机抽取 3 人。

(i) 设 X 表示事件“抽取的 3 人中既有学习时间合格的学生，又有学习时间不合格的学生”，求事件 X 发生的概率。

(ii) 设 Y 表示抽取的 3 人中学习时间合格的人数，求随机变量 Y 的分布列和数学期望。

22.已知函数 $f(x) = x^2 + 2ax - e^x$,

(1) $f(x)$ 在 R 上是减函数，求 a 的取值范围，

(2) 若 $a = \frac{1}{2}$ ，证明： $x > 0$ 时， $f(x) < (\frac{\ln 2}{2})^2 + \frac{\ln 2}{2} - 1$. (参考数据： $e \approx 2.71828, \ln 2 \approx 0.69$)