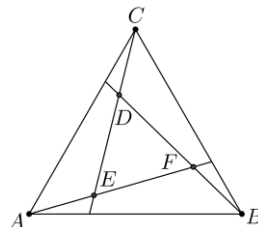


# 华二附中高一下期中数学试卷

2020.6

## 一、填空题

1. 已知角  $\theta = 2020^\circ$ ，则  $\theta$  的终边在第\_\_\_\_\_象限.
2. 已知角  $\theta$  的终边在第三象限，且  $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ ，则  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) =$ \_\_\_\_\_.
3. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_{20} = 2020$ ， $a_{2020} = 20$ ，则该等差数列的公差的大小为\_\_\_\_\_.
4. 若函数  $f(x) = \sin\left(\omega\pi x - \frac{\pi}{6}\right)$  ( $\omega > 0$ ) 的最小正周期为  $\frac{1}{5}$ ，则  $f\left(\frac{1}{3}\right)$  的值为\_\_\_\_\_.
5. 已知公比为  $q$  ( $q > 0$ ) 的等比数列  $\{a_n\}$  的前项和为  $S_n$ ，且  $S_2 = 2a_2 + 3$ ， $S_4 = 2a_4 + 3$ ，则  $a_3$  的值为\_\_\_\_\_.
6. 已知  $\alpha, \beta$  为锐角， $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ， $\tan(\alpha - \beta) = -\frac{1}{3}$ ，则  $\cos \beta =$ \_\_\_\_\_.
7. 若数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = n \cdot \cos \frac{n\pi}{2}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ )，其前  $n$  项和为  $S_n$ ，则  $S_{2020}$  的值为\_\_\_\_\_.
8. 已知函数  $f(x) = [\sin x] + \left[\sin x + \frac{1}{2}\right] + \left[\sin x + \frac{1}{3}\right]$ ，其中  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数，则  
    的值域为\_\_\_\_\_.
9. 如图所示，三个全等的三角形  $\triangle ABF$ ， $\triangle BCD$ 、 $\triangle CAE$  拼成  
    角形  $ABC$ ，且  $\triangle DEF$  为等边三角形， $EF = 2AE$ .  
    设  $\angle ACE = \theta$ ，则  $\sin 2\theta$  的值为\_\_\_\_\_.
10. 若函数  $f(x) = a \sin x + \cos 2x$  在区间  $(0, n\pi)$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 内恰有 2019 个零点，则  $n$  的值为\_\_\_\_\_.



## 二、选择题

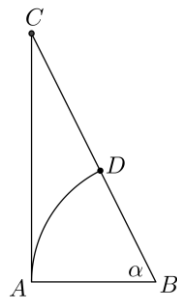
11. 已知  $\{a_n\}$  是等比数列，则“ $a_1 < a_2 < a_3$ ”是“ $\{a_n\}$  为递增数列”的 ( )  
    A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
    C. 充要条件              D. 既不充分亦不必要条件

12. 如图所示, 在直角  $\triangle ABC$  中,  $A = \frac{\pi}{2}$ , 以  $B$  为圆心、 $AB$  为半径

作圆弧交  $BC$  于点  $D$ . 若  $AD$  将  $\triangle ABC$  的面积分为相等的两部分,

设  $\angle ABC = \alpha$  (弧度), 则 ( )

- A.  $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$                       C.  $2 \sin \alpha = \cos \alpha$   
C.  $\tan \alpha = \alpha$                               D.  $\tan \alpha = 2\alpha$



13.  $\triangle ABC$  中,  $\tan A$  是以  $-4$  为第三项、 $-1$  为第七项的等差数列的公差;  $\tan B$  是以  $\frac{1}{2}$  为

第三项、 $4$  为第六项的等比数列的公比, 则该三角形的形状是 ( )

- A. 钝角三角形                      B. 锐角三角形  
C. 等腰直角三角形              D. 不能确定

14. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\cot A, \cot B, \cot C$  成等差数列, 则以下结论中正确的是 ( )

- A. 角  $B$  有最大值                      B. 角  $B$  有最小值  
C.  $\triangle ABC$  为锐角三角形              D.  $\triangle ABC$  为钝角三角形

### 三、解答题

15. 已知函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 \sin^2\left(x - \frac{\pi}{12}\right) (x \in \mathbf{R})$ .

(1) 求函数 的单调递减区间; (2) 求使得 取得最大值时  $x$  的集合.

16. 已知  $\{a_n\}$  是公差不为零的等差数列,  $a_1 = 1$ , 且  $a_1, a_3, a_9$  成等比数列.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式; (2) 求数列  $\{2^{a_n}\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

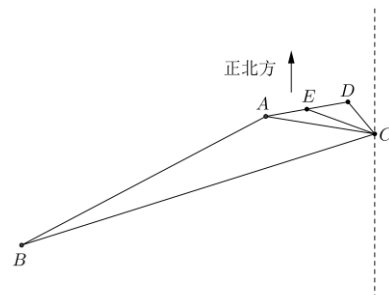
17. 如图, 海岛  $A$ 、 $C$  相距  $10\sqrt{7}$  海里. 上午 9 点整有一客轮在海岛  $C$  的北偏西  $40^\circ$  且距海岛  $C$  10 海里的  $D$  处, 沿直线方向匀速开往海岛  $A$ , 在海岛  $A$  停留 10 分钟后前往  $B$  市. 上午 9:30 测得客轮位于海岛  $C$  的北偏西  $70^\circ$  且距海岛  $C$   $10\sqrt{3}$  海里的  $E$  处, 此时小张从海岛  $C$  乘坐速度为  $v$  海里/小时的小艇沿直线方向前往  $A$  岛换乘客轮去往  $B$  市, 其中  $v \in (0, 30]$ .

(1) 问小张能否乘上这班客轮? 说明理由;

(2) 现测得  $\cos \angle BAC = -\frac{4}{5}$ ,  $\sin \angle ACB = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .

已知速度为  $v$  的小艇每小时的费用为  $\left(\frac{1}{2}v^2 + v + 50\right)$  元,

若小张由海岛  $C$  直接乘小艇去往  $B$  市, 则至少需要多少费用? (结果近似到元)



18. 若数列  $\{a_n\}$  共有  $k(k \in \mathbf{N}^*, k \geq 4)$  项, 且同时满足  $a_1 + a_2 + \cdots + a_k = 0$  ,

$|a_1| + |a_2| + \cdots + |a_k| = 1$  , 则称数列  $\{a_n\}$  为  $P(k)$  数列.

(1) 若等比数列  $\{a_n\}$  为  $P(4)$  数列, 求  $a_1$  的值;

(2) 已知  $m$  为给定的正整数, 且  $m \geq 2$

①若公差为  $d(d > 0)$  的等差数列  $\{a_n\}$  是  $P(2m+3)$  数列, 求公差  $d$  ;

②若数列  $\{b_n\}$  的通项公式为  $b_n = \begin{cases} \frac{q^{n-1}}{3}, & 1 \leq n \leq m \\ \frac{m-n}{12}, & m+1 \leq n \leq 2m \end{cases} \quad (n \in \mathbf{N}^*)$ , 其中常数  $q < -1$  , 判断

数列  $\{b_n\}$  是否为  $P(2m)$  数列, 并说明理由.