

2019 学年绍兴一中高一下期中试卷

1: 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$, 则四边形 $ABCD$ 一定是 ()

- A. 矩形 B. 菱形 C. 正方形 D. 平行四边形

2: 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{a_{n-1}} (n \geq 2)$, 则 $a_5 =$ ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

3: 化简 $\cos 18^\circ \cos 42^\circ - \cos 72^\circ \sin 42^\circ$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4: 已知点 $A(0,1), B(3,2)$, 向量 $\overline{AC} = (-4, -3)$, 则向量 $\overline{BC} =$ ()

- A. $(-7, -4)$ B. $(7, 4)$ C. $(-1, 4)$ D. $(1, 4)$

5: 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $S_2 = 3, S_4 = 15$, 则 $S_6 =$ ()

- A. 31 B. 32 C. 63 D. 64

6: 在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{6}, b = 2$, 以下错误的是 ()

- A. 若 $a = 1$, 则 c 有一解 B. 若 $a = 3$, 则 c 有两解
C. 若 $a = \frac{11}{6}$, 则 c 有两解 D. 若 $a = \sqrt{3}$, 则 c 有两解

7: P 是 $\triangle ABC$ 所在平面上一点, 若 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PB} \cdot \overline{PC} = \overline{PC} \cdot \overline{PA}$, 则 P 是 $\triangle ABC$ 的 ()

- A. 外心 B. 内心 C. 重心 D. 垂心

8: 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 $a_9 + 3a_{11} < 0, a_{10} \cdot a_{11} < 0$, 且数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 有最大值, 那么 S_n 取得最小正值时 n 等于 ()

- A. 20 B. 17 C. 19 D. 21

9: 若 $\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}, \sin(\beta - \alpha) = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 且 $\alpha \in \left[\frac{\pi}{4}, \pi\right], \beta \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$, 则 $\alpha + \beta$ 的值是 ()

- A. $\frac{7\pi}{4}$ B. $\frac{9\pi}{4}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ 或 $\frac{7\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}$ 或 $\frac{9\pi}{4}$

10: 已知向量 $\vec{a} \perp \vec{b}, |\vec{a} - \vec{b}| = 2$, 定义: $\vec{c}_\lambda = \lambda \vec{a} + (1 - \lambda) \vec{b}$, 其中 $0 \leq \lambda \leq 1$. 若 $\vec{c}_\lambda \cdot \vec{c}_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$, 则 $|\vec{c}_\lambda|$ 的值不可能为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

11: $\triangle ABC$ 中, 若 $a^2 = b^2 + c^2 - bc$, 则 $A =$ _____.

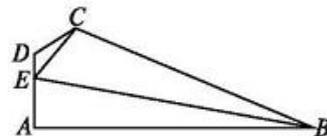
12: $\triangle ABC$ 中, 若角 A, B, C 成等差数列, 则 $\frac{ac}{b^2 \sin A \sin C} =$ _____.

13: 已知 $\{a_n\}$ 是递增数列, 且对于任意的 $n \in \mathbb{N}^*, a_n = n^2 + \lambda n$ 恒成立, 则实数 λ 的取值范围是 _____.

14: 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M, N 满足 $\overline{AM} = 2\overline{MC}, \overline{BN} = \overline{NC}$ 。若 $\overline{MN} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}, y = \underline{\hspace{2cm}}$

15: 已知 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin \alpha = \underline{\hspace{2cm}}, \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

16: 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $DA \perp AB$, $DE = 1$, $EC = \sqrt{7}$, $EA = 2$, $\angle ADC = \frac{2}{3}\pi$, $\angle BEC = \frac{\pi}{3}$ 。则 $\sin \angle CED = \underline{\hspace{2cm}}$, BE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$



17: 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{4}{3}$, $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$, 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则

$\left[\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2020}}\right]$ 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18: 已知 $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 3, (2\vec{a} - 3\vec{b})(2\vec{a} + \vec{b}) = 61$.

(1) 求 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角;

(2) 求 $|\vec{a} + \vec{b}|$;

19: 已知 $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{5}$, 且 $\frac{17\pi}{12} < x < \frac{7\pi}{4}$.

(1) 求 $\sin 2x$ 的值;

(2) 求 $\frac{\sin 2x + 2\sin^2 x}{1 - \tan x}$ 的值;

20: 已知向量 $\vec{x} = k\vec{a} - 3\vec{b}$ 和 $\vec{y} = \vec{a} + \vec{b}$, 其中 $\vec{a} = (-1, 3), \vec{b} = (4, 2), k \in \mathbb{R}$

(1) 当 k 为何值时, 有 \vec{x}, \vec{y} 平行;

(2) 若向量 \vec{x} 与 \vec{y} 的夹角为钝角, 求实数 k 的取值范围.

21: 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{\sin C - \sin A}{\sin B - \sin A} = \frac{b}{a+c}$.

(1) 若 $a=2, b=3$, 求 $\triangle ABC$ 的外接圆的面积;

(2) 若 $c=\sqrt{3}$, 求 $a^2 + b^2$ 的取值范围.

22: 数列 $\{a_n\}$ 是公比为正数的等比数列, $a_1=2$, $a_2 + a_3 = 12$; 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $b_2 = 3$,

$$S_n = \frac{n}{2}(b_n + 1) (n \in N^+).$$

(1) 求 b_1, b_3 ;

(2) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(3) 求 $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \cdots + a_nb_n$.