

数学（理科）试题

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 若复数 z 满足 $z = 1 + i$ ，则 z 的共轭复数是（ ）

- A. $-1 - i$ B. $1 - i$ C. $-1 + i$ D. $1 + i$

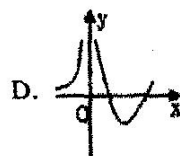
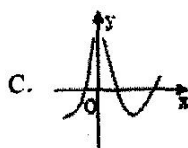
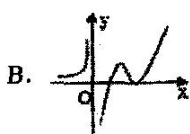
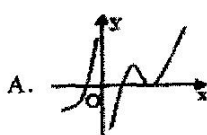
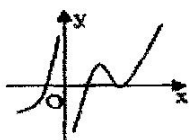
2. 一辆汽车按规律 $s = at^2 + 1$ 做直线运动，若汽车在 $t = 2$ 时的瞬时速度为 12，则 $a =$ （ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. 3

3. 用反证法证明命题“已知 $x, y \in \mathbb{N}^*$ ，如果 xy 可被 7 整除，那么 x, y 至少有一个能被 7 整除”时，假设的内容是（ ）

- A. x, y 都不能被 7 整除 B. x, y 都能被 7 整除
C. x, y 只有一个能被 7 整除 D. 只有 x 不能被 7 整除

4. 函数 $f(x)$ 在定义域内可导， $y = f(x)$ 的图象如图所示，则导函数 $y = f'(x)$ 的图像可能为（ ）



5. 有 6 名男医生、2 名女医生，从中选出 4 名医生组成一个医疗小组，要求医疗小组中至少有一名女生，则不同的选法有（ ）

- A. 36 种 B. 40 种 C. 55 种 D. 70 种

6. 若 $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + b \ln(2+x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上是减函数，则实数 b 的取值范围是（ ）

- A. $[-1, +\infty)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(-\infty, -1]$ D. $(-\infty, -1)$

7. 用数学归纳法证明“ $5^n - 2^n$ 能被3整除”的第二步中, $n = k+1$ 时, 为了使用假设, 应

将 $5^{k+1} - 2^{k+1}$ 变形为()

A. $5(5^k - 2^k) + 3 \times 2^k$

B. $(5^k - 2^k) + 4 \times 5^k - 2^k$

C. $(5-2)(5^k - 2^k)$

D. $2(5^k - 2^k) - 3 \times 5^k$

8. 已知曲线 $y = e^x$, 则过原点的切线方程为()

A. $y = x$

B. $y = x + 1$

C. $y = ex$

D. $y = ex - 1$

9. $(1+x)(1+2x)^5$ 的展开式中 x^4 的系数为()

A. 100

B. 120

C. 140

D. 160

10. 马路上有编号为1,2,3,...,9的九盏路灯, 为节约用电, 现要求把其中3盏灯关掉, 但不

能关掉相邻的2盏或3盏, 也不能关掉两端的路灯, 则满足条件的关灯方法有()

A. 7种

B. 8种

C. 9种

D. 10种

11. 若 $a > 0$, $b > 0$, $c \in \mathbb{R}$, 函数 $f(x) = 4x^3 - ax^2 - 2bx + c$ 在 $x = 1$ 处有极值, 则 ab 的
最大值为()

A. 3

B. 9

C. 18

D. 36

12. 定义域为 \mathbb{R} 的函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 1$, 且 $f(x)$ 的导函数 $f'(x) > \frac{1}{2}$, 则满足

$2f(x) < x+1$ 的 x 的集合为()

A. $\{x | x < 1\}$

B. $\{x | -1 < x < 1\}$

C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$

D. $\{x | x > 1\}$

二、填空题(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分.)

13. 若 $m \in \mathbb{R}$, i 为虚数单位, 且 $|2 + mi| = \sqrt{5}$, 则 m 的值为_____.

14. 曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = x$ 所围成的封闭图形的面积为_____.

15. 某市教委派出5名调查人员到3所学校去调研学生作业负担问题, 每校至少1人, 则共有_____种不同的派遣方法(用数字作答).

16. 已知函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x + a$, 若曲线 $y = f(x)$ 与 x 轴有三个不同交点, 则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题(共70分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分10分) 7名同学, 在下列情况下, 各有多少种不同安排方法?(列出式子并计算)

(1) 7人排成一排, 甲不在排头, 也不在排尾.

(2) 7人排成一排, 甲、乙、丙三人必须在一起.

(3) 7人排成一排, 甲、乙、丙三人两两互不相邻.

(4) 7人排成一排, 甲、乙、丙三人按从高到矮, 自左向右的顺序(不一定相邻).

(5) 7人分成2人, 2人, 3人三个小组安排到甲、乙、丙三地实习.

18. (本小题满分12分) 已知 $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n$, 且展开式中第2项与第3项的二项式系数比为1:3.

(1) 求 n 的值;

(2) 求 $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \cdots + \frac{a_n}{2^n}$ 的值.

19. (本小题满分12分) 某中学组织高二年级开展对某品牌西瓜市场调研活动. 两名同学经过了解得知此品牌西瓜, 不仅便宜而且口味还不错, 并且每日的销售量 y (单位: 千克) 与销售价格 x (元/千克) 满足关系式: $y = \frac{a}{x-3} + 10(x-6)^2$, 其中 $3 < x < 6$, a 为常数. 已知销售价格为5元/千克时, 每日可售出此品牌西瓜11千克. 若此品牌西瓜的成本为3元/千克, 试确定销售价格 x 的值, 使该商场日销售此品牌西瓜所获得的利润最大.

20. (本小题满分12分) 已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2}x^2 - (1+a)x, a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 上不具有单调性, 求 a 的取值范围.

21. (本小题满分12分) 设函数 $f(x) = [mx^2 - (4m+1)x + 4m+3] \cdot e^x$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 y 轴垂直, 求实数 m 的值;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处取得极小值, 求实数 m 的取值范围.

22. (本小题满分12分) 已知函数 $f(x) = 2a \ln x - 2(a+1)x + x^2 (a \leq 1)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{e}, e^2]$ 上有两个零点, 求 a 的取值范围.