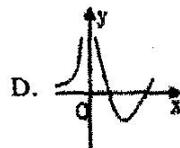
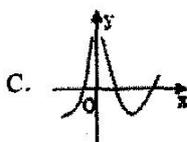
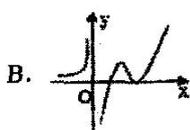
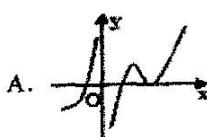
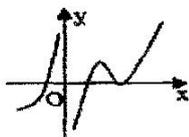


## 数学（理科）试题

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

- 若复数  $z$  满足  $z = 1 + i$ ，则  $z$  的共轭复数是（ ）  
 A.  $-1 - i$       B.  $1 - i$       C.  $-1 + i$       D.  $1 + i$
- 一辆汽车按规律  $s = at^2 + 1$  做直线运动，若汽车在  $t = 2$  时的瞬时速度为 12，则  $a =$ （ ）  
 A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C. 2      D. 3
- 用反证法证明命题“已知  $x, y \in \mathbb{N}^*$ ，如果  $xy$  可被 7 整除，那么  $x, y$  至少有一个能被 7 整除”时，假设的内容是（ ）  
 A.  $x, y$  都不能被 7 整除      B.  $x, y$  都能被 7 整除  
 C.  $x, y$  只有一个能被 7 整除      D. 只有  $x$  不能被 7 整除
- 函数  $f(x)$  在定义域内可导， $y = f(x)$  的图象如图所示，则导函数  $y = f'(x)$  的图像可能为（ ）



- 有 6 名男医生、2 名女医生，从中选出 4 名医生组成一个医疗小组，要求医疗小组中至少有一名女生，则不同的选法有（ ）  
 A. 36 种      B. 40 种      C. 55 种      D. 70 种
- 若  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + b \ln(2+x)$  在  $(-1, +\infty)$  上是减函数，则实数  $b$  的取值范围是（ ）  
 A.  $[-1, +\infty)$       B.  $(-1, +\infty)$       C.  $(-\infty, -1]$       D.  $(-\infty, -1)$

7. 用数学归纳法证明“ $5^n - 2^n$ 能被3整除”的第二步中,  $n = k + 1$ 时, 为了使用假设, 应将 $5^{k+1} - 2^{k+1}$ 变形为( )

A.  $5(5^k - 2^k) + 3 \times 2^k$

B.  $(5^k - 2^k) + 4 \times 5^k - 2^k$

C.  $(5 - 2)(5^k - 2^k)$

D.  $2(5^k - 2^k) - 3 \times 5^k$

8. 已知曲线 $y = e^x$ , 则过原点的切线方程为( )

A.  $y = x$

B.  $y = x + 1$

C.  $y = ex$

D.  $y = ex - 1$

9.  $(1+x)(1+2x)^5$ 的展开式中 $x^4$ 的系数为( )

A. 100

B. 120

C. 140

D. 160

10. 马路上有编号为1,2,3, ..., 9的九盏路灯, 为节约用电, 现要求把其中3盏灯关掉, 但不能关掉相邻的2盏或3盏, 也不能关掉两端的路灯, 则满足条件的关灯方法有( )

A. 7种

B. 8种

C. 9种

D. 10种

11. 若 $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c \in R$ , 函数 $f(x) = 4x^3 - ax^2 - 2bx + c$ 在 $x = 1$ 处有极值, 则 $ab$ 的最大值为( )

A. 3

B. 9

C. 18

D. 36

12. 定义域为 $R$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 1$ , 且 $f(x)$ 的导函数 $f'(x) > \frac{1}{2}$ , 则满足

$2f(x) < x + 1$ 的 $x$ 的集合为( )

A.  $\{x | x < 1\}$

B.  $\{x | -1 < x < 1\}$

C.  $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$

D.  $\{x | x > 1\}$

二、填空题(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分.)

13. 若 $m \in R$ ,  $i$ 为虚数单位, 且 $|2 + mi| = \sqrt{5}$ , 则 $m$ 的值为\_\_\_\_\_.

14. 曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = x$ 所围成的封闭图形的面积为\_\_\_\_\_.

15. 某市教委派出5名调查人员到3所学校去调研学生作业负担问题, 每校至少1人, 则共有\_\_\_\_\_种不同的派遣方法(用数字作答).

16. 已知函数  $f(x) = x^3 - x^2 - x + a$ , 若曲线  $y = f(x)$  与  $x$  轴有三个不同交点, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题(共70分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分10分) 7名同学, 在下列情况下, 各有多少种不同安排方法?(列出式子并计算)

(1) 7人排成一排, 甲不在排头, 也不在排尾.

(2) 7人排成一排, 甲、乙、丙三人必须在一起.

(3) 7人排成一排, 甲、乙、丙三人两两互不相邻.

(4) 7人排成一排, 甲、乙、丙三人按从高到矮, 自左向右的顺序(不一定相邻).

(5) 7人分成2人, 2人, 3人三个小组安排到甲、乙、丙三地实习.

18. (本小题满分12分) 已知  $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$ , 且展开式中第2项与第3项的二项式系数比为1:3.

(1) 求  $n$  的值;

(2) 求  $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n}$  的值.

19. (本小题满分12分) 某中学组织高二年级开展对某品牌西瓜市场调研活动. 两名同学经过了解得知此品牌西瓜, 不仅便宜而且口味还不错, 并且每日的销售量  $y$  (单位: 千克) 与销售价格  $x$  (元/千克) 满足关系式:  $y = \frac{a}{x-3} + 10(x-6)^2$ , 其中  $3 < x < 6$ ,  $a$  为常数. 已知销售价格为5元/千克时, 每日可售出此品牌西瓜11千克. 若此品牌西瓜的成本为3元/千克, 试确定销售价格  $x$  的值, 使该商场日销售此品牌西瓜所获得的利润最大.

20. (本小题满分12分) 已知函数  $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2}x^2 - (1+a)x, a \in R$ .

(1) 当  $a=2$  时, 求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若  $f(x)$  在区间  $(1,2)$  上不具有单调性, 求  $a$  的取值范围.

21. (本小题满分12分) 设函数  $f(x) = [mx^2 - (4m+1)x + 4m+3] \cdot e^x$ .

(1) 若曲线  $y=f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线与  $y$  轴垂直, 求实数  $m$  的值;

(2) 若函数  $f(x)$  在  $x=2$  处取得极小值, 求实数  $m$  的取值范围.

22. (本小题满分12分) 已知函数  $f(x) = 2a \ln x - 2(a+1)x + x^2 (a \leq 1)$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $f(x)$  在区间  $[\frac{1}{e}, e^2]$  上有两个零点, 求  $a$  的取值范围.