

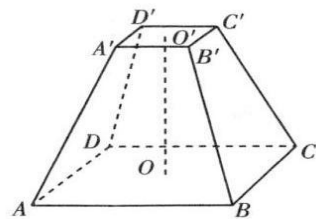
数学

考试时间 120 分钟

一、选择题（本题 1--8 为单项选择题，9--12 为多项选择题，每小题 5 分，共 60 分，其中多选题错选不给分，漏选得 2 分）

单项选择题（本题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 已知复数 $z=3i-1$ ，则复数 z 的实部和虚部分别是（ ）
A. 3, -1 B. -1, 3i C. -1, 3 D. 1, 3i
2. 已知 i 为虚数单位，复数 $z = \frac{-1+2i}{i}$ ，则 $|z| = ()$
A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. 1 D. 5
3. 已知 $M(-2, 7)$ ， $N(10, -2)$ ，点 P 是线段 MN 上的点，且 $\overrightarrow{PN} = -2\overrightarrow{PM}$ ，则点 P 的坐标是（ ）
A. $(-14, 16)$ B. $(22, -11)$ C. $(6, 1)$ D. $(2, 4)$
4. 若 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是平面内的一组基底，则下列四组向量能作为平面向量的基底的是（ ）
A. $\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \vec{e}_2 - \vec{e}_1$ B. $\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{e}_1 - \vec{e}_2$
C. $2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_1, 6\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ D. $2\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2$
5. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状是（ ）
A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形
6. 如图所示的正四棱台的上底面边长为 2，下底面边长为 8，高为 $3\sqrt{2}$ ，则它的侧棱长为（ ）
A. 5
B. 6
C. 7
D. 8

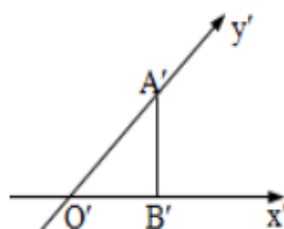


7. 已知轴截面是正方形的圆柱的高与球的直径相等，则圆柱的表面积与球的表面积之比是（ ）
A. 1:1 B. 5:4 C. 4:3 D. 3:2
8. 一个水平放置的平面图形的斜二测直观图是直角三角形 $A'B'O'$ ，若 $O'B' = 1$ ，那么原 $\triangle ABO$ 的面积是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

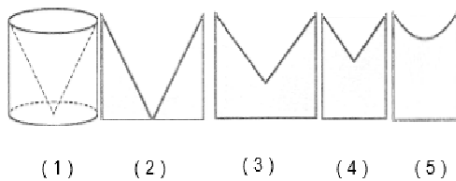
C. $\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{2}$



多项选择题（本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分）

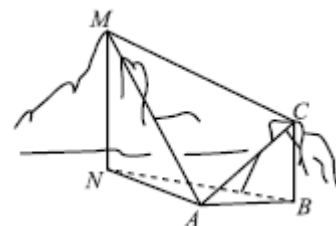
9. 如图(1)所示的几何体由一个圆柱挖去一个以圆柱的上底面为底面，下底面圆心为顶点的圆锥而得.现用一个竖直的平面去截这个几何体则截面图形可能是()



- A. (2) B. (3) C. (4) D. (5)
10. 下面四个命题是真命题的有()
- A. p_1 : 若复数 z 满足 $\frac{1}{z} \in R$, 则 $z \in R$
- B. p_2 : 若复数 z 满足 $z^2 \in R$, 则 $z \in R$
- C. p_3 : 若复数 z_1, z_2 满足 $z_1 z_2 \in R$, 则 $z_1 = \bar{z}_2$
- D. p_4 : 若复数 $z \in R$, 则 $\bar{z} \in R$
11. 已知锐角三角形 ABC 的三边分别为 5, 12, x , 则 x 的可能取值是()
- A. 14 B. $2\sqrt{31}$ C. 12 D. 10
12. 已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是同一平面内的三个向量, 下列命题中正确的是 ()
- A. $|\vec{a} \cdot \vec{a}| \leq |\vec{a}|^2$
- B. 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$
- C. $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$
- D. 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c}$ 且 $\vec{b} \neq \vec{0}$, 则 $\vec{a} = \vec{c}$

三、填空题（本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 0)$, $\vec{c} = (3, 4)$. 若 λ 为实数, $(\vec{a} + \lambda \vec{b}) \parallel \vec{c}$, 则 $\lambda =$ _____.
14. 在 $\triangle ABC$ 中, $C = 120^\circ$, $A = 30^\circ$, $AB = 10$, 则 $BC =$ _____.
15. 已知圆锥的表面积为 $48\pi m^2$ 且它的侧面展开图是一个半圆, 则这个圆锥的底面半径为_____m.
16. 如图, 为测量出山高 MN , 选择 A 和另一座山的山顶 C 为测量观测点, 从 A 点测得 M 点的仰角 $\angle MAN = 60^\circ$, C 点的仰角 $\angle CAB = 45^\circ$ 以及 $\angle MAC = 75^\circ$, 从 C 点测得 $\angle MCA = 60^\circ$, 已知山高 $BC = 100m$, 则山高 $MN =$ _____m.



三、解答题（本题共 6 个小题，共 70 分）

17.（本小题满分 10 分）

计算题

(1) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^6 + \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}i}{\sqrt{3} - \sqrt{2}i}$

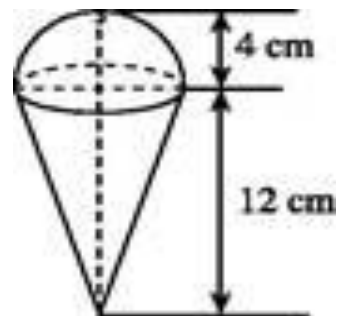
(2) 已知 a 是实数， i 是虚数单位， $\frac{1+ai}{1-i}$ 是纯虚数，求 a 的值

18.（本小题满分 12 分）

帆船比赛是借助风帆推动船只在规定距离内竞速的一项水上运动，如果一帆船所受的风力方向为北偏东 30° ，速度为 20km/h ，此时水的流向是正东方向，流速为 20km/h . 若不考虑其他因素，求帆船的速度与方向.

19.（本小题满分 12 分）

如图所示，一个圆锥形的空杯子上面放着一个半球形的冰淇淋，如果冰淇淋融化了，会溢出杯子吗？请用你的计算数据说明理由.



20. (本小题满分 12 分)

已知 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 是同一平面内的三个向量, 其中 $\vec{a} = (1, 2)$.

(1)若 $|\vec{c}| = 2\sqrt{5}$, 且 $\vec{c} // \vec{a}$, 求 \vec{c} 的坐标;

(2)若 $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 且 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 与 $2\vec{a} - \vec{b}$ 垂直, 求 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 θ .

21. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , 且 $\sqrt{3}b\sin A = a\cos B$.

(I)求 B ;

(II)若 $b = 3, \sin C = \sqrt{3}\sin A$, 求 a , c .

22. (本小题满分 12 分)

如图, 某种“笼具”由内外两层组成, 无下底面, 内层和外层分别是一个圆锥和一个圆柱, 其中圆柱与圆锥的底面周长相等, 圆柱有上底面, 制作时需要将圆锥的顶端剪去, 剪去部分和接头忽略不计, 已知圆柱的底面周长为 $24\pi\text{cm}$, 高为 30cm , 圆锥的母线长为 20cm .

(1)求这种“笼具”的体积;

(2)现要使用一种纱网材料制作 50 个“笼具”, 该材料的造价为每平方米 8 元, 共需多少元?

