

## 高二年级期中考试数学(文科)试题

注意事项:

1. 本卷共 150 分, 考试时间 120 分钟
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号; 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。

## 第 I 卷(选择题, 共 60 分)

一、选择题: (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知  $z = i(1-i)$  ( $i$  为虚数单位), 则复数  $z$  在复平面内对应的点位于 ( )  
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 将点的极坐标  $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$  化为直角坐标为 ( )  
A. (1, 0) B. (1, -1) C. (-1, 0) D. (1, 1)
3. 在极坐标系中, 方程  $\rho = \sin \theta$  表示的曲线是 ( )  
A. 直线 B. 圆 C. 椭圆 D. 双曲线
4. 双曲线  $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{2} = 1$  的焦距为 ( )  
A.  $3\sqrt{2}$  B.  $4\sqrt{2}$  C.  $3\sqrt{3}$  D.  $4\sqrt{3}$
5. 某公司某产品的广告费  $x$  与销量  $y$  之间的数据统计表如下, 根据数据, 用最小二乘法得出  $y$  与  $x$  的线性回归直线方程为  $\hat{y} = 6.5x + 17.5$ , 则表格中  $n$  的值应为 ( )  

$x$	2	4	5	6	8
$y$	30	40	$n$	50	70

  
A. 45 B. 50 C. 55 D. 60
6. ①已知  $p^3 + q^3 = 2$ , 求证  $p + q \leq 2$ , 用反证法证明时, 可假设  $p + q > 2$ ; ②设  $x, y, z$

都是正数, 用反证法证明三个数  $x + \frac{1}{y}$ ,  $y + \frac{1}{z}$ ,  $z + \frac{1}{x}$  至少有一个不小于 2 时, 可假设

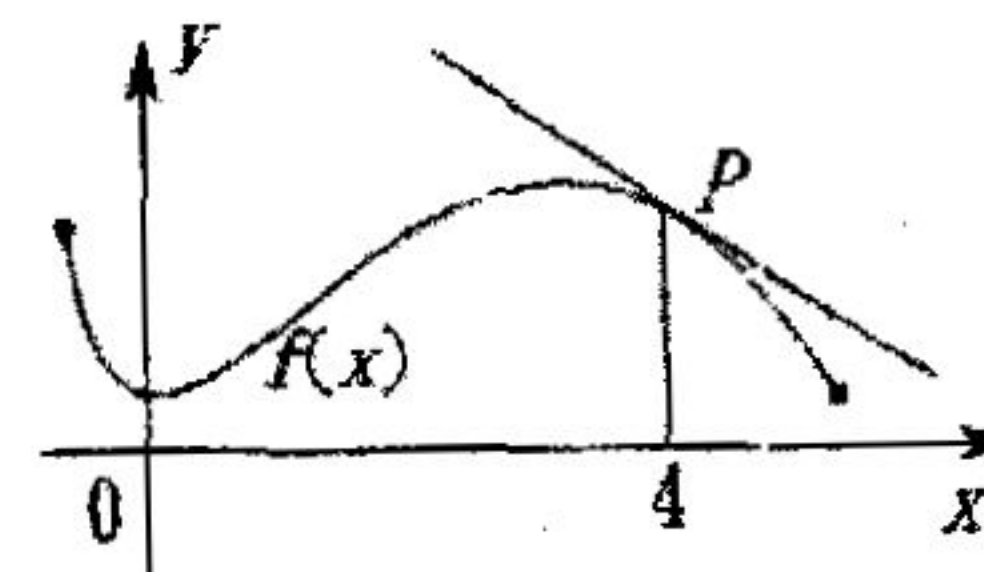
$x + \frac{1}{y}$ ,  $y + \frac{1}{z}$ ,  $z + \frac{1}{x}$  都大于 2, 以下说法正确的是 ( )

- A. ①与②的假设都错误 B. ①与②的假设都正确  
C. ①的假设正确, ②的假设错误 D. ①的假设错误, ②的假设正确

7. 如图所示, 函数  $y = f(x)$  的图像在点  $P$  处的切线方程是  $y = -2x + 9$ , 则  $f(4) + f'(4)$

的值为 ( )

- A. 0  
B. 1  
C. -1  
D. 2



8. 关于  $x$  的函数  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - a$  的极值点的个数有 ( )

- A. 2 个 B. 1 个 C. 0 个 D. 由  $a$  确定

9. 无论  $\theta$  为何值, 方程  $x^2 + 2\sin \theta \cdot y^2 = 1$  所表示的曲线必不是 ( )

- A. 双曲线 B. 抛物线 C. 椭圆 D. 以上都不对

10. 在极坐标系下, 圆心为  $C(3, \frac{\pi}{6})$ , 半径为 3 的圆的极坐标方程为 ( )

- A.  $\rho = 6\sin(\theta - \frac{\pi}{6})$  B.  $\rho = 6\cos(\theta - \frac{\pi}{6})$   
C.  $\rho = 3\sin(\theta - \frac{\pi}{6})$  D.  $\rho = 3\cos(\theta - \frac{\pi}{6})$

11. 极坐标系中, 直线  $l$  方程为  $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则点  $A(2, \frac{3\pi}{4})$  到直线  $l$  的距离为 ( )

- A.  $\sqrt{2}$  B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  C.  $2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$  D.  $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $R$  上的偶函数, 当  $x < 0$  时,  $f(x) + xf'(x) < 0$ , 若  $f(2) = 0$ ,

则不等式  $xf'(x) > 0$  的解集为 ( )

- A.  $(-2, 0) \cup (0, 2)$  B.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$   
C.  $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$  D.  $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$



第II卷（非选择题，共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知  $x, y \in \mathbb{R}$ ，若  $xi + 2 = y - i$ ，则  $x - y =$ \_\_\_\_\_.

14.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2020} =$ \_\_\_\_\_.

15. 某种树的分枝生长规律如图所示，第1年到第6年的分枝数分别为1,1,2,3,5,8，则预计第10年树的分枝数为\_\_\_\_\_.



16. 若  $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ ，则  $f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) + f(4) + f(\frac{1}{4}) =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共6小题，共70分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本题满分10分，每小题5分)

求下列函数的导数：

(1)  $y = (x-1)(x-2)$  ; (2)  $y = \frac{2x}{x^2+1}$

18. (本题满分12分)

已知复数  $Z = 3 + bi (b \in \mathbb{R})$ ，且  $(1+3i) \cdot Z$  为纯虚数。

(1) 求复数  $Z$ ；

(2) 若  $w = \frac{z}{2+i}$ ，求复数  $w$  的模  $|w|$ 。

19. (本题满分12分) (利用导数求切线方程)

(1) 求曲线  $y = \frac{x}{x+2}$  在点  $(-1, -1)$  处的切线方程。

(2) 求函数  $f(x) = x^3 + x - 16$  过点  $(0, 0)$  的切线方程。

20. (本小题满分12分)

为了调查胃病是否与生活规律有关，在某地对540名40岁以上的人进行了调查，结果是：患胃病者生活不规律的共60人，患胃病者生活规律的共20人，未患胃病者生活不规律的共260人，未患胃病者生活规律的共200人。

(1) 补充完整  $2 \times 2$  列联表：

	患胃病	未患胃病	总计
生活规律			220
生活不规律			320
总计			540

(2) 判断40岁以上的人患胃病与否和生活规律是否有关。

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(c+d)}$$

21. (本题满分12分)

在直角坐标平面内，以坐标原点  $O$  为极点， $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系。已知

点  $A, B$  的极坐标分别为  $A(2, \pi), B(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$ ，曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 2\sin\theta$ 。

(1) 求  $\triangle AOB$  的面积；

(2) 求直线  $AB$  被曲线  $C$  截得的弦长。

22. (本题满分12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，且经过点  $(0, 1)$ 。

(1) 求椭圆  $C$  的方程；

(2) 过点  $P(0, 2)$  的直线交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点，求  $\triangle AOB$  面积的最大值。（ $O$  为坐标原点）