2019—2020 学年度第二学期期中考试

(本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟)

一、单选题(共 8 题，每题 5 分，总计 40 分，在每小题给出的选项中，只有 1 项符合题意)

1.$\sin 20^\circ \cos(-10^\circ)+\cos 20^\circ \sin 10^\circ=$( )

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.用数字1、2、3 组成没有重复数字的三位数，其中三位数是奇数的概率为( )

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

3.用符号表示“点 A 在直线 l 上，l 在平面 α 内”，正确的是( )

A. $A\in l, l\notin\alpha$ B. $A\subset l, l\not\subset\alpha$ C. $A\subset l, l\in\alpha$ D. $A\in l, l\subset\alpha$

4.已知一组数据 5.5, 5.4, 5.1, 4.8, 4.7，则该组数据的方差为( )

A. 0.4 B. 0.3 C. 0.2 D. 0.1

5.过三点 $A(1,3), B(6,-2), C(1,-7)$ 的圆交 x 轴于 M、N 两点，则 $MN=$( )

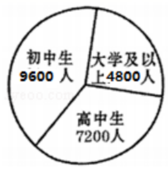
A. 2 B. $2\sqrt{21}$ C. 4 D. $4\sqrt{21}$

6.已知两条直线 $l_1:(m-2)x+3y+1=0, l_2:x+my+1=0$ 平行，则 $m=$( )

A. 3 B. -1 C. 1或-1 D. 3或 -1

7.已知某地区初中水平及以上的学生人数如图所示.为了解该地区学生对新型冠状病毒的了解程度，拟采用分层抽样的方法来进行调查．若高中生需抽取 30 名学生，则抽取的学生总人数为( )

A．40 B．60 C．90 D．120



8.在平面直角坐标系 xOy 中,圆 $C:x^2+y^2=3, T(2,m)$，若圆 C 上存在以 M 为中点的弦 AB 两点 P、Q，且 $AB=2MT$，则实数 m 的取值范围是( )

A. $[-\sqrt{2},0]$ B. $(0,\sqrt{2}]$ C. $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$ D. $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$

二、多选题(共 4 题，每题 5 分，总计 20 分，在每小题给出的选项中，有多项符合要求，全部选对得 5 分，部分选对得 3 分，有选错的 0 分)

9.对于实数 a, b, c，下列说法正确的是( )

A. 若 $a>b>0$，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$. B. 若 $a>b$，则 $ac^2\geq bc^2$.

C. 若 $a>0>b$，则 $ab<a^2$. D. 若 $c>a>b$，则 $\frac{a}{c-a}>\frac{b}{c-b}$.

10.有甲、乙两种套餐供学生选择，记事件 A 为“只选甲套餐”，事件 B 为“至少选一种套餐”，事件 C 为“至多选一种套餐”，事件 D 为“不选甲套餐”，事件 E 为“一种套餐也不选”.下列说法错误的是( )

A.A 与 C 是互斥事件. B. B 与 E 是互斥事件，且是对立事件.

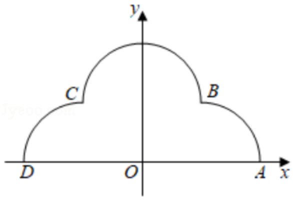
C.B 与 C 不是互斥事件. D. C 与 E 是互斥事件.

11. 设正实数m、n满足$m+n=2$，则下列说法正确的是( )

A. $\frac{1}{m}+\frac{2}{n}$的最小值为$\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$.　　　B. $\frac{\sqrt{mn}}{2}$的最大值为$\frac{1}{2}$.

C. $\sqrt{m}+\sqrt{n}$的最小值为2.　　　D. m^2+n^2的最小值为2.

12. 如图$A(2,0),B(1,1),C(-1,1),D(-2,0)$，$\overset{\frown}{CD}$是以$OD$为直径的圆上一段圆弧，$\overset{\frown}{CB}$是以$BC$为直径的圆上一段圆弧，$\overset{\frown}{BA}$是以$OA$为直径的圆上一段圆弧，三段弧构成曲线$\Omega$. 则下面说法正确的是(　　)



A. 曲线Ω与x轴围成的面积等于$\frac{3}{2}\pi$.

B. $\overset{\frown}{CB}$与$\overset{\frown}{BA}$的公切线方程为：$x+y-1-\sqrt{2}=0$.

C. $\overset{\frown}{AB}$所在圆与$\overset{\frown}{CB}$所在圆的交点弦方程为：$x-y=0$.

D. 用直线$y=x$截$\overset{\frown}{CD}$所在的圆，所得的弦长为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

三、填空题(共4题，每题5分，总计20分，只要求直接写出结果，不必写出计算和推理过程).

13.若$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=-6$，则$\tan\alpha=$____________.

14.已知变量x,y线性相关，由观测数据算得样本的平均数$\overline{x}=4,\overline{y}=5$，线性回归方程$\hat{y}=bx+a$中的系数$b,a$满足$b+a=4$，则线性回归方程为__________.

15.在ΔABC中，角A,B,C满足$\sin^2 A-\sin^2 B=2\sin A\sin B\sin C$，则$\frac{1}{\tan A}-\frac{1}{\tan B}=$________.

16.已知实数x,y满足:$xy-y=1$，且$0<x<1$.则$\frac{1}{x}+\frac{2}{y-2}$的最小值是________.

四、解答题(共6题，共计70分).评分要求为：解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(10分)过点$M(3,4)$作直线l，当l的斜率为何值时，

(1)直线l将圆$(x+1)^2+(y-2)^2=4$平分？

(2)直线l与圆$(x+1)^2+(y-2)^2=4$相切？

18.(10 分)

在锐角 ΔABC 中，$a=\frac{1}{2}$，____________，求 ΔABC 的周长 l 的取值范围.

①$\vec{a}=(-\cos\frac{A}{2},-\sin\frac{A}{2})$，$\vec{b}=(\cos\frac{A}{2},-\sin\frac{A}{2})$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{2}$.

②$(c-2b)\cos A+a\cos C=0$.

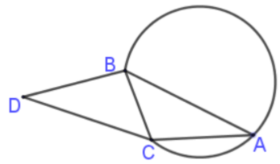
③$f(x)=\cos x\cos(x-\frac{\pi}{3})+\frac{3}{4}, f(A)=\frac{5}{4}$.

注：这三个条件中选一个，补充在上面的问题中并对其进行求解，如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19.(12 分)平面四边形 $ABCD$，点 A, B, C 均在半径为 2 的圆上，且 $\angle BAC=\frac{\pi}{6}$.

(1)求 BC 的长；

(2)若 $BD=3$，$\angle DBC=2\angle BCD$，求 ΔBCD 的面积.

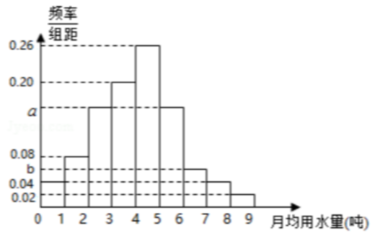


20.(12 分)为了落实习主席提出“绿水青山就是金山银山”的环境治理要求，某市政府积极鼓励居民节约用水.计划调整居民生活用水收费方案，拟确定一个合理的月用水量标准 x (吨)，一位居民的月用水量不超过 x 的部分按平价收费，超出 x 的部分按议价收费．为了了解居民用水情况，通过抽样，获得了某年 200 位居民每人的月均用水量(单位：吨)，将数据按照[0，1)，[1，2)，…，[8，9)分成 9 组，制成了如图所示的频率分布直方图,其中 $0.4a=b$.

(1)求直方图中 a, b 的值，并由频率分布直方图估计该市居民用水的平均数(每组数据用该组区间中点值作为代表)；

(2)设该市有 40 万居民，估计全市居民中月均用水量不低于 2 吨的人数，并说明理由；

(3)若该市政府希望使 85%的居民每月的用水量不超过标准 x (吨)，估计 x 的值，并说明理由.



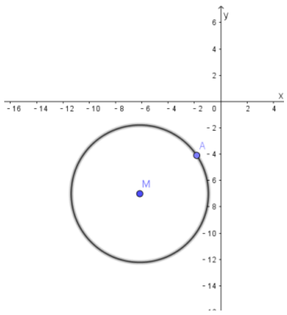
21.(12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知以 M 为圆心的圆 $M: x^2+y^2+12x+14y+60=0$ 及其上一点 $A(-2,-4)$.

(1)设圆 N 与 y 轴相切，与圆 M 外切，且圆心 N 在直线 $y=-7$ 上，求圆 N 的方程；

(2)设垂直于 OA 的直线 l 与圆 M 相交于 B, C 两点，且 $BC=\dfrac{1}{5}OA$，求直线 l 的方程；

(3)设点 $T(0,t)$ 满足：存在圆 M 上的两点 P, Q，使得 $\overrightarrow{TQ}-\overrightarrow{TP}=\overrightarrow{TA}$，求实数 t 的取值范围.



22.(14 分)

已知函数 $f(x)=\cos x$，

(1)若 α, β 为锐角，$f(\alpha+\beta)=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\tan\alpha=\dfrac{4}{3}$，求 $\cos 2\alpha$ 及 $\tan(\beta-\alpha)$ 的值；

(2)函数 $g(x)=f(2x)-3$，若对任意 x 都有 $g^2(x)\le(2+a)g(x)-2-a$ 恒成立，求实数 a 的最大值；

(3)已知 $f(\alpha)+f(\beta)-f(\alpha+\beta)=\dfrac{3}{2}$，$\alpha, \beta\in(0,\pi)$，求 α 及 β 的值.