

荣山中学 2019-2020 学年第二学期中段考高一级数学试题

(考试日期: 2020 年 4 月)

试卷总分: 150 分 答题时间: 120 分钟 命题人: 麦雅芳 审题人: 陈早香

一、单选题: (本大题共 10 小题, 每题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求)

一、单选题: 本大题共 10 小题, 每题 5 分, 共 50 分. 请把答案填写在答卷相应位置上.

1. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{13} = 91$, 则 $a_7 =$ ()

- A. 3 B. 7 C. 14 D. 21

2. 等比数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_3 = 4$, 则公比 q 等于 ()

- A. 2 B. ± 2 C. 4 D. ± 4

3. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边为 a, b, c , 且 $a = 5, c = 2, \cos B = \frac{4}{5}$, 则 $b =$ ()

- A. $\sqrt{11}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{14}$

4. 设 D 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, $\vec{BC} = 3\vec{CD}$, 则 ()

- A. $\vec{AD} = \frac{4}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$ B. $\vec{AD} = \frac{4}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$
C. $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{4}{3}\vec{AC}$ D. $\vec{AD} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{4}{3}\vec{AC}$

5. 设单位向量 \vec{e}_1, \vec{e}_2 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$, $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, $\vec{b} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, 则 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影为 ()

- A. $\frac{9\sqrt{19}}{38}$ B. $-\frac{9\sqrt{19}}{38}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = \sqrt{2}, b = 2, B = 45^\circ$, 则 A 等于 ()

- A. 30° B. 60° C. 30° 或 150° D. 60° 或 120°

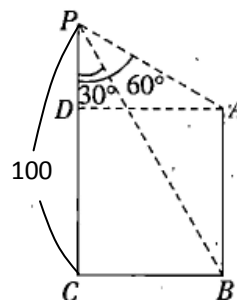
7. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 满足 $\cos A + \cos C = 1$, 且

$\sin^2 A + \sin^2 C - \sin^2 B = \sin A \sin C$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()

- A. 等边三角形 B. 等腰直角三角形
C. 顶角为 150° 的等腰三角形 D. 顶角为 120° 的等腰三角形

8. 在 100m 高的山顶上, 测得山下一塔顶与塔底的俯角分别是 $30^\circ, 60^\circ$, 则塔高为 ()

- A. $\frac{400}{3}m$ B. $\frac{400\sqrt{3}}{3}m$ C. $\frac{200\sqrt{3}}{3}m$ D. $\frac{200}{3}m$



9. 在 8 和 $\frac{1}{2}$ 之间插入 3 个数, 使它们与这两个数依次构成等比数列, 则这 3 个数的积为 ()

- A. 8 B. ± 8 C. 16 D. ± 16

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_n>0$, $a_{n+1}^2 - a_n^2 = 1$, 那么使 $a_n < 4$ 成立的 n 的最大值为 ()

- A. 4 B. 5 C. 15 D. 16

二、多选题: 本大题共 2 小题, 每题 5 分, 选多了得 0 分, 少选得 3 分, 共 10 分. 请把答案填写在答卷相应位置上。

11. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $S_6 < S_7$ 且 $S_7 > S_8$, 则下面结论正确的是 ()

- A. $a_1 > 0$ B. $S_9 < S_6$ C. a_7 最大 D. $(S_n)_{\max} = S_7$

12. 已知 O 是平面内的任意一点, 要使四边形 ABCD 是正方形, 需要满足下列哪几个条件? ()

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ B. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$
C. $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \cdot (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD}) = 0$ D. $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD}|$

三. 填空题: 本大题共 4 小题, 第 13-15 题每小题 5 分, 第 16 题第一个空 3 分, 第二个空 2 分, 共 20 分, 请把正确的答案填写在答题卡相应的横线上。

13. 若向量 $\vec{a} = (4, -x)$ 与 $\vec{b} = (x, -4)$ 共线且方向相反, 则 $x =$ _____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n - a_{n-1} = n (n \geq 2)$, 则 $a_7 =$ _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n , $S_n = \frac{1}{2}(a_n - 1) (n \in N^*)$, 则 $a_n =$ _____

16. 在位于 A 处的海绵观测站获悉, 在其正东方向相距 20 海里的 B 处有一艘渔船遇险, 并在原点等待营救, 在 A 处南偏西 30° 且相距 10 海里的 C 处有一艘救援船, 该船接到观测站通告后立即以 $10\sqrt{7}$ 海里/小时前往 B 处求助, 则 $\sin \angle ACB =$ _____, 行驶时间为 _____ 小时.

四、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤, 本大题共 6 小题, 共 70 分。

17. (满分 10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 对边的边长分别是 a, b, c, 已知 $c = 2$, $C = \frac{\pi}{3}$.

(1) 若 $b = \frac{2}{3}\sqrt{3}$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状;

(2) 若 $\sin B = 2 \sin A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 中, $A(4, 3)$, $B(2, 4)$, $C(-1, -2)$, AC 边上的高为 BD .

(1) 求证: $AB \perp BC$;

(2) 求点 D 和向量 \overrightarrow{BD} 的坐标;

19. (满分 12 分) 已知公差大于零的等差数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_2 \cdot a_5 = 34, a_3 + a_4 = 19$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 求数列 $\left\{\frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 S_n

20. (满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $b = c \sin A + c \cos A$.

(1) 求 C 的大小;

(2) 若角 A 的平分线与 BC 相交于 D 点, $AD = AB$, $CD = 2$, 求 BD 的长.

21. (满分 12 分)

三角形的三个内角 A, B, C 所对边的长分别为 a, b, c ,

设向量 $\vec{m} = (c - a, a - b), \vec{n} = (c, a + b)$, 若 $\vec{m} \perp \vec{n}$.

(1) 求角 B 的大小;

(2) 求 $\sin A + \sin C$ 的取值范围.

22. (满分 12 分)

设 $\{a_n\}$ 是公比为正数的等比数列, $a_1 = 2, a_5 = 2a_3 + 16$. 设 $\{b_n\}$ 是首项为 1, 公差为 2 的等差数列,

(1) 求 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

(3) 求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .