2020年4月24日数学试卷

1.若 $a>1$，则 $a+\frac{1}{a-1}$ 的最小值是 (　　)

A. 2　　B. a　　C. 3　　D. $\frac{2\sqrt{a}}{a-1}$

2.在平面直角坐标系 xOy 中，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\overrightarrow{AB}=(1,-2)$，$\overrightarrow{AD}=(2,1)$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=$(　　)

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

3.已知 $|\overrightarrow{a}|=8$，$|\overrightarrow{b}|=15$，$|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=17$，则 $\overrightarrow{a}$ 与 $\overrightarrow{b}$ 的夹角 θ 为 (　　)

A. 0　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

4.已知两个单位向量 $\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$ 的夹角为 $45°$，且满足 $\overrightarrow{e_1}\perp(\lambda\overrightarrow{e_2}-\overrightarrow{e_1})$，则实数 λ 的值为 (　　)

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. 2

5.下列命题中，为真命题的是 (　　)

A. 若 a，b，$c\in\mathbf{R}$，且 $a>b$，则 $ac^2>bc^2$　　B. 若 a，$b\in\mathbf{R}$，且 $a\cdot b\neq 0$，则 $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$

C. 若 a，$b\in\mathbf{R}$，且 $a>|b|$，则 $a^n>b^n\,(n\in\mathbf{N}^*)$　D. 若 $a>b$，$c>d$，则 $\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$

6.若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$，则下列不等式：

① $a+b<ab$；② $|a|>|b|$；③ $a<b$；④ $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}>2$ 中，正确的不等式有 (　　)

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

7.设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $3S_3=a_4-2$，$3S_2=a_3-2$，则公比 $q=$(　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

8.设 Sn 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 m 为大于 1 的正整数，且 $a_{m-1}-a_m^2+a_{m+1}=1$，$S_{2m-1}=11$，则 $m=$(　　)

A. 11　　B. 10　　C. 6　　D. 5

9.设 $\overrightarrow{OA}=(1,-2)$，$\overrightarrow{OB}=(a,-1)$，$\overrightarrow{OC}=(-b,0)$，$a>0$，$b>0$，$O$ 为坐标原点，若 A、B、C 三点共线，则 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的最小值是 (　　)

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

10.已知 $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形，点 D，E 分别是边 AB，BC 的中点，连接 DE 并延长到点 F，使得 $DE=2EF$，则 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的值为 (　　)

A. $-\frac{5}{8}$　　B. $\frac{1}{8}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{11}{8}$

11. "十二平均律" 是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为这个理论的发展做出了重要贡献．十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$．若第一个单音的频率为 f，则第八个单音的频率为 (　　)

A. $\sqrt[3]{2}f$　　B. $\sqrt[3]{2^2}f$　　C. $\sqrt[12]{2^5}f$　　D. $\sqrt[12]{2^7}f$

12.数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n=\frac{n}{n^2+90}$，则数列 $\{a_n\}$ 中的最大项是 (　　)

A. $3\sqrt{10}$　　B. 19　　C. $\frac{1}{19}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{60}$

13.设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_3=9$，$S_6=36$，则 $a_7+a_8+a_9=$(　　)

A. 144　　B. 81　　C. 45　　D. 63

14.若数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，且 $a_1=1$，$q=2$，则 $T_n=\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_na_{n+1}}$ 的结果可化为 (　　)

A. $1-\frac{1}{4^n}$　　B. $1-\frac{1}{2^n}$　　C. $\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{4^n}\right)$　　D. $\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$

15. 当 $x>0$ 时，函数 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ 有 (　　)

A. 最小值 1　　B. 最大值 1　　C. 最小值 2　　D. 最大值 2

16. 若正数 x，y 满足 $\dfrac{1}{y}+\dfrac{3}{x}=1$，则 $3x+4y$ 的最小值是 (　　)

A. 24　　B. 28　　C. 25　　D. 26

17. 设 $a>1$，$b>1$ 且 $ab-(a+b)=1$，那么 (　　)

A. $a+b$ 有最小值 $2+2\sqrt{2}$　　B. $a+b$ 有最大值 $2+2\sqrt{2}$

C. ab 有最大值 $\sqrt{2}+1$　　D. ab 有最小值 $2+2\sqrt{2}$

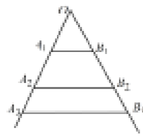
18. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=(-1)^{n-1}\cdot(4n-3)$，则它的前 100 项之和 S_{100} 等于 (　　)

A. 200　　B. -200　　C. 400　　D. -400

19. 已知 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\dfrac{1}{t}$，$\left|\overrightarrow{AC}\right|=t$．若点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点．且 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+\dfrac{4\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}$，则 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的最大值等于 (　　)

A. 13　　B. 15　　C. 19　　D. 21

20. 如图，点 A_1，A_2，$\cdots$，A_n，$\cdots$ 和 B_1，B_2，$\cdots$，B_n，$\cdots$ 分别在角 O 的两条边上，所有 A_nB_n 相互平行，且所有梯形 $A_nB_nB_{n+1}A_{n+1}$ 的面积均相等．设 $OA_n=a_n$．若 $a_1=1$，$a_2=2$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 (　　)



A. $a_n=\sqrt{3n-2}$　　B. $a_n=n$

C. $a_n=2^{n-1}$　　D. $a_n=\dfrac{n+\sqrt{3n-2}}{2}$

21. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n=2-a_n$ $(n=1,2,3,\cdots)$．

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1$，且 $b_{n+1}=b_n+a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

22. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．已知 $a_1=4$，公差 $d>0$，a_4 是 a_2 与 a_8 的等比中项．

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 前 n 项和为 T_n．