

2020年3月高二数学自我评估测试

一. 选择题: (每小题 5 分, 共 40 分)

1. 在复平面内, 复数 $i(i+2)$ 对应的点的坐标为 ()

- A. (1, 2) B. (-1, 2) C. (2, 1) D. (2, -1)

2. 如果 $a, b \in \mathbb{R}$, 且满足 $a > b > 0$, 那么下列选项中不一定成立的是()

- A. $ac > bc$ B. $a+c > b+c$ C. $a-b > 0$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=3, a_5=24$, 则 $a_4=()$

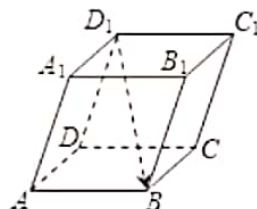
- A. 12 B. -12 C. 6 D. -6

4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=1, a_4=5$, 则 $\{a_n\}$ 的前 5 项和 $S_5=()$

- A. 7 B. 15 C. 20 D. 25

5. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$, 则 $\overrightarrow{D_1B} = ()$

- A. $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
C. $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ D. $-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$



6. 已知点 A 在直线 $y=4$ 上, 动点 P 满足 \overrightarrow{AP} 平行于 y 轴, 且 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OP}$, 则点 P 的轨迹是()

- A. 圆 B. 椭圆 C. 双曲线 D. 抛物线

7. 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x-1} - 1 (x > 1)$, 则 $f(x)$ 有()

- A. 最小值 2 B. 最大值 2 C. 最小值 0 D. 最大值 0

8. 某车间分批生产某种产品, 每批的生产准备费用为 800 元. 若每批生产 x 件, 则平均仓储时间为 $\frac{x}{8}$ 天, 且每件产品每天的仓储费用为 1 元. 为使平均每件产品的生产准备费用与仓储费用之和最小, 每批应生产产品()

- A. 60 件 B. 80 件 C. 100 件 D. 120 件

二. 填空题: (每小题 5 分, 共 30 分)

9. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6} + \lg(x-1)$ 的定义域为_____.

10. 2 和 18 的等差中项为_____, 等比中项为_____.

11. 设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的一点, 且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为_____.

12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{2}$, $(2,0)$ 是它的一个焦点, 则该双曲线的渐近线方程为_____.

13. 已知 $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (-1, 0, 2)$, 若 $k\vec{a} + \vec{b}$ 和 $\vec{a} - 3\vec{b}$ 相互垂直, 则 $k =$ _____.



14. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线的交点为 M , F 为抛物线的焦点, 若 $|MF| = 3$, 则该双曲线的离心率为_____.

15. (13 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$, $a_6 = 5$, $a_3 + a_8 = 5$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n :

(2)若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_{2n-1}$, 求 $\{b_n\}$ 的通项公式 b_n 和前 n 项和 S_n .

16. (13 分) 已知抛物线 $y^2 = 4x$

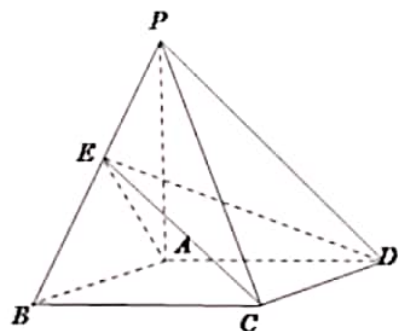
(1)直线 $l: y = kx + 1$ 与抛物线有且仅有一个公共点, 求实数 k 的值.

(2)定点 $A(2,0)$, P 为抛物线上任意一点, 求 $|PA|$ 的最小值.



17. (13 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AD = 1$, $PA = AB = \sqrt{2}$, 点 E 是棱 PB 的中点.

- (1) 求异面直线 EC 与 PD 所成角的余弦值;
 (2) 求二面角 $E-BC-A$ 的大小.



18. (13 分) 在等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1 = b_1 = 1$, $a_2 = b_2$, $2 + a_4 = b_3$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;
 (2) 设 $c_n = a_n + b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .



19. (14 分) 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC$, $AC = BC = CC_1 = 2$, 点 D, E, F 分别为棱 A_1C_1, B_1C_1, BB_1 的中点.

(1) 求证: $AC_1 \parallel$ 平面 DEF ;

(2) 求证: 平面 $ACB_1 \perp$ 平面 DEF ;

(3) 在线段 AA_1 上是否存在一点 P , 使得直线 DP 与平面 ACB_1 所成的角为 30° ? 如果存在, 求出线段 AP 的长; 如果不存在, 说明理由.

