

# 公安一中“停课不停学”网络质量检测

## 高二数学试卷参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	C	B	D	A	A	B	A	D	C	C

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13.  $\frac{12}{25}$

14. 2

15.  $-\frac{2}{3}$

16.  $\frac{9^9 - 1}{8}$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 【解析】（1）设白球的个数为  $x$ ，则黑球的个数为  $10-x$ 。从 10 个球中任意摸出 2 个球的情况有  $C_{10}^2 = 45$  种，其中，至少有 1 个白球的情况有

$$C_{10}^2 - C_{10-x}^2 = 45 - \frac{1}{2}(10-x)(9-x) \text{ 种。所以至少得到 1 个白球的概率是}$$

$$\frac{45 - \frac{1}{2}(10-x)(9-x)}{45} = \frac{7}{9}, \text{ 解得 } x=5, \text{ 即白球有 5 个。}$$

（2）袋中有 10 个球(含 5 个白球)，从中任意摸出 2 个球，得到白球的个数为  $x$ ，则  $x$  服从超几何分布， $x$  的可能取值为 0, 1, 2

$$p(x=k) = \frac{C_5^k C_5^{2-k}}{C_{10}^2}, \quad k=0, 1, 2.$$

$$\text{则 } p(x=0) = \frac{C_5^0 C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{9}, \quad p(x=1) = \frac{C_5^1 C_5^1}{C_{10}^2} = \frac{5}{9}, \quad p(x=2) = \frac{C_5^2 C_5^0}{C_{10}^2} = \frac{2}{9}.$$

于是  $X$  的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$

18. 【解析】

$$(1) \text{ 由 } C_n^5(-2)^5 : C_n^3(-2)^3 = 6:1 \Rightarrow n=9 \therefore \text{通项 } T_{r+1} = C_9^r(-2)^r x^{\frac{27}{2}-\frac{5r}{2}}, \text{ 令 } \frac{27}{2}-\frac{5r}{2}=6$$

$$\Rightarrow r=3 \therefore \text{展开式中 } x^6 \text{ 的系数为 } (-2)^3 C_9^3 = -672.$$

$$(2) \text{ 设第 } r+1 \text{ 项系数的绝对值最大, 则 } \begin{cases} C_9^r 2^r \geq C_9^{r+1} 2^{r+1} \\ C_9^r 2^r \geq C_9^{r-1} 2^{r-1} \end{cases} \Rightarrow 17 \leq 3r \leq 20$$

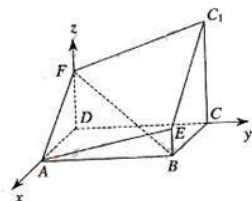
$$\text{所以 } r=6 \therefore \text{系数绝对值最大的项: } C_9^6(-2)^6 x^{\frac{27}{2}-\frac{30}{2}} = 5376x^{-\frac{3}{2}}$$

19. 【解析】 (1) 6; (2)  $\frac{20}{9}$

(1) 建立如图所示的空间直角坐标系,

$$\text{则 } D(0,0,0), B(2,4,0), A(2,0,0), C(0,4,0), E(2,4,1), C_1(0,4,5)$$

$$\text{设 } F(0,0,h)$$



由  $AEC_1F$  是长方体的截面, 可得  $AEC_1F$  为平行四边形.

$$\therefore \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{EC_1}, \text{ 即 } (-2, 0, h) = (-2, 0, 4).$$

$$h=4, \text{ 则 } F(0,0,4). \overrightarrow{BF} = (-2, -4, 4), \text{ 于是 } BF=6$$

(2) 设  $\vec{n} = (x, y, z)$  为平面  $AEC_1F$  的法向量,

$$\text{又 } \overrightarrow{AE} = (0, 4, 1), \overrightarrow{AF} = (-2, 0, 4)$$

$$\therefore \vec{n} = (8, -1, 4)$$

$$\text{又 } \overrightarrow{CC_1} = (0, 0, 5)$$

$$\text{可得点 } C \text{ 到平面 } AEC_1F \text{ 的距离为 } d = \frac{|\overrightarrow{CC_1} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{20}{\sqrt{64+1+16}} = \frac{20}{9}$$

20. 【解析】函数的定义域为 $[1, e]$ ,

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{a}{x^2} = \frac{x-a}{x^2}, \quad f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{a}{x^2} = \frac{x-a}{x^2},$$

令  $f'(x) = 0$ , 得  $x = a$ ,

①当  $a \leq 1$  时,  $f'(x) \geq 0$ , 函数  $f(x)$  在  $[1, e]$  上是增函数,

$$f(x)_{\min} = f(1) = 1 + a = \frac{1}{2},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

②当  $1 < a < e$  时, 令  $f'(x) = 0$  得  $x = a$ ,

函数  $f(x)$  在  $[1, a]$  上是减函数, 在  $[a, e]$  上是增函数,

$$\therefore f(x)_{\min} = f(a) = \ln a + \frac{a}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = e - \frac{1}{2} \text{ 舍去.}$$

③当  $a \geq e$  时,  $f'(x) \leq 0$ , 函数  $f(x)$  在  $[1, e]$  上是减函数,

$$\therefore f(x)_{\min} = f(e) = 1 + \frac{a}{e} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}e \text{ 舍去, 综上所述 } a = \frac{1}{2}$$

21. (1)  $DN = \frac{2}{3}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

解: (1) 证明: 作  $ME \parallel PA$  交  $AB$  于  $E$ , 过  $E$  作  $EN \parallel AD$  交  $DC$  于  $N$ , 显然平面  $MNE \parallel$  平面  $PAD$ , 所以  $MN \parallel$  平面  $PAD$ , 此时  $DN = AE = \frac{2}{3}$

(2) 解: 显然  $NE \perp$  平面  $PAB$ , 所以  $MN$  在平面  $PAB$  上的投影为  $ME$ , 即  $\angle NME$  为

$MN$  与平面  $PAB$  所成的角。显然  $ME = \frac{1}{3}$ ,  $NE = 1$ . 由勾股定理有  $MN = \frac{\sqrt{10}}{3}$ , 所以所

求的线面角为  $\sin \angle NME = \frac{1}{\frac{\sqrt{10}}{3}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

22. 解: (I) 若  $m=2$ , 则  $f(x)=2x^3-9x^2+12x$ ,

$$\therefore f'(x)=6x^2-18x+12=6(x^2-3x+2)=6(x-1)(x-2)$$

令  $f'(x)>0$ , 则  $x<1$  或  $x>2$ ,

故函数  $f(x)$  的递增区间是  $(-\infty, 1)$ ,  $(2, +\infty)$ ;

$$(II) f(x)=2x^3-3(m+1)x^2+6mx,$$

$$f'(x)=6(x-1)(x-m),$$

①当  $m\geq 1$  时,  $f(x)$  在  $(-1, 1)$  递增,

$$f(x)_{\max}=f(1)=3m-1<5, \text{ 故 } m<2, \therefore 1\leq m<2;$$

②当  $-1<m<1$  时,  $f(x)$  在  $(-1, m)$  递增, 在  $(m, 1)$  递减,

$$f(x)_{\max}=f(m)=-m^3+3m^2<5,$$

$$\text{即 } m^3-3m^2+5>0, \therefore -1<m<1;$$

③当  $m\leq -1$  时,  $f(x)$  在  $(-1, 1)$  递减,

$$f(x)_{\max}=f(-1)=-9m-5<5, -\frac{10}{9}<m\leq -1$$

综上,  $m$  的范围是  $-\frac{10}{9}<m<2$ .