

南昌市雷式学校 2019-2020 年度高二数学月考文科数学试题

一、选择题:本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。

1. 已知 i 是虚数单位, 复数 $z = \frac{6i}{1-i}$, 则 z 的实部为 ()

- A. -3 B. 3 C. -2 D. 2

2. 若集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x | x^2 - 2x \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{3\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{2, 3\}$

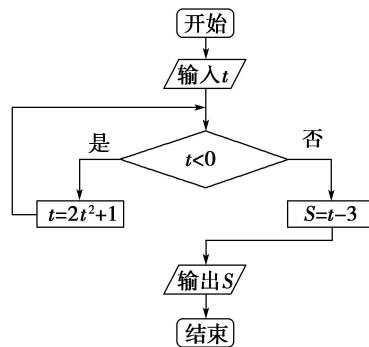
3. 有一段演绎推理: 直线平行于平面, 则平行于平面内所有直线; 已知直线 $b \not\subset$ 平面 α , 直线 $a \subset$ 平面 α , 直线 $b \parallel$ 平面 α , 则直线 $b \parallel$ 直线 a . 这个结论显然是错误的, 这是因为 ()

- A. 大前提错误 B. 小前提错误 C. 推理形式错误 D. 非以上错误

4. 打靶时, 甲每打 10 次可中靶 8 次, 乙每打 10 次可中靶 7 次, 若两人同时射击一目标, 则他们都中靶的概率是 ()

- A. $\frac{14}{25}$ B. $\frac{12}{25}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{5}$

5. 执行如图所示的程序框图, 如果输入的 $t \in [-2, 2]$, 则输出的 S 属于 ()



- A. $[-6, -2]$ B. $[-5, -1]$ C. $[-4, 5]$ D. $[-3, 6]$

6. 已知回归直线的斜率的估计值是 1.23, 样本点的中心为 $(4, 5)$, 则回归直线的方程是 ()

- A. $\hat{y} = 1.23x + 4$ B. $\hat{y} = 1.23x + 5$ C. $\hat{y} = 1.23x + 0.08$ D. $\hat{y} = 0.08x + 1.23$

7. 设 n 为正整数, $f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$, 经计算得 $f(2) = \frac{3}{2}$, $f(4) > 2$, $f(8) > \frac{5}{2}$, $f(16) > 3$, $f(32) > \frac{7}{2}$, 观察上述结果, 可推测出一般结论 ()

A. $f(2n) > \frac{2n+1}{2}$ B. $f(n^2) \geq \frac{n+2}{2}$ C. $f(2^n) \geq \frac{n+2}{2}$ D. 以上都不对

8. 极坐标方程 $(\rho-1)(\theta-\pi)=0 (\rho \geq 0)$ 表示的图形是()

A. 两个圆 B. 两条直线 C. 一个圆和一条射线 D. 一条直线和一条射线

9. 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, 定义域为 R , 单调增区间为 $[0, +\infty)$, 且 $f(1)=0$, 则

$(x-1)f(x-1) \leq 0$ 解集为 ()

A. $[-2, 0]$ B. $[-1, 1]$ C. $(-\infty, 0] \cup [1, 2]$ D. $(-\infty, -1] \cup [0, 1]$

10. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线与椭圆 C 交于 A, B 两点,

且线段 AB 中点为 $M(-2, 1)$, 则直线 l 的斜率为 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

11. 若不等式 $2x \ln x \geq -x^2 + ax - 3$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是()

A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, 4]$ C. $(0, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

12. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的函数, $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, 若则

$f(x) < \tan x \cdot f'(x)$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$, 不等式 $f(x) < 2 \sin x$ 的解集是 ()

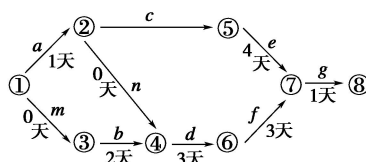
A. $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ B. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 复数 z 满足 $(1+i)z = \sqrt{3}-i$, 则 $\bar{z} =$ _____.

14. 曲线 $y = \frac{1}{x+1} + xe^x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为_____.

15. 某工程的工序流程图如图所示, 现已知工程总工时数为 10 天, 则工序 c 所



需工时为_____天.

16. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点为 F_1 , 若椭圆上存在一个点 P , 满足以椭圆短轴

为直径的圆与线段 PF_1 相切于该线段的中点, 则椭圆的离心率为_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答题应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分) 从极点 O 作直线与另一直线 $l: \rho \cos \theta = 4$ 相交于点 M , 在 OM 上取一点 P , 使 $OM \cdot OP = 12$. (1) 求点 P 的轨迹方程;

(2) 设 R 为 l 上的任意一点, 试求 $|RP|$ 的最小值.

18. (本题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $B = 45^\circ$,

$b = \sqrt{10}$, $\tan C = \frac{1}{2}$ (I) 求边 a ;

(II) 求 $\sin(2A - B)$.

19. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = x^3 - x^2$, $x \in \mathbf{R}$.

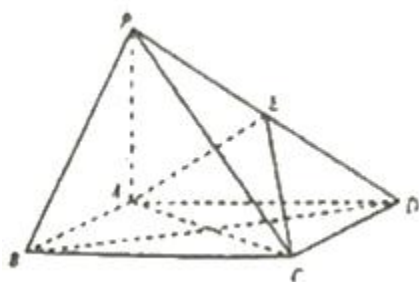
(1) 若正数 m, n 满足 $m \cdot n > 1$, 证明: $f(m), f(n)$ 至少有一个不小于零;

(2) 若 a, b 为不相等的正实数且满足 $f(a) = f(b)$, 求证: $a + b < \frac{4}{3}$

20. (本题满分 12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 的平行四边形, $\angle ADC = 60^\circ$, $AB = \frac{1}{2}AD$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, E 为 PD 的中点.

(1) 求证: $AB \perp PC$;

(2) 若 $PA = AB = \frac{1}{2}AD = 2$, 求三棱锥 $P-AEC$ 的体积.



21 (本题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 , 过右焦点的直线 PQ

交椭圆于 P, Q 两点. (1) 设点 P 到直线 $l: x = 4$ 的距离为 d , 证明: $\frac{d}{|PF_2|}$ 为定值;

(2) 若弦 $PQ = \frac{24}{7}$, 求直线 PQ 的斜率 K 的值.

22. (本题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = (x - m)(e^x - 1) + x + 1, m \in R$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最小值;

(2) 若 m 为整数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 求 m 的最大值.