大庆实验中学2019-2020学年度下学期实验三部第一次月考

高二 数学理科试题

一．选择题(本大题共12小题，每题5分，共60分)

1．已知复数$z=\dfrac{2+3i}{1-i}$，则$\overline{z}$的虚部为（　　）

A．$-\dfrac{1}{2}$　　　　B．$\dfrac{5}{2}i$　　　　C．$-\dfrac{5}{2}$　　　　D．$\dfrac{5}{2}$

2．我国南宋数学家秦九韶所著《数学九章》中有“米谷粒分”问题：粮仓开仓收粮，粮农送来米512石，验得米内夹谷，抽样取米一把，数得216粒内夹谷27粒，则这批米内夹谷约（　　）

A．128石　　　　B．64石　　　　C．256石　　　　D．32石

3．设函数$f\left(x\right)=\log_2 x$，则“$a>b$”是“$f\left(a\right)>f\left(b\right)$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充分必要条件　D．既不充分也不必要条件

4．口袋中有100个大小相同的红球、白球、黑球，其中红球32个，从口袋中摸出一个球，摸出白球的概率为0.23，则摸出黑球的概率为（　　）

A．0.32　　　　B．0.45　　　　C．0.64　　　　D．0.67

5．在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数）．若以射线$Ox$为极轴建立极坐标系，则曲线$C$的极坐标方程为（　　）

A．$\rho=\sin\theta$　　B．$\rho=2\sin\theta$　　C．$\rho=\cos\theta$　　D．$\rho=2\cos\theta$

6．下列说法中错误的个数是（　　）

①从某社区65户高收入家庭，280户中等收入家庭，105户低收入家庭中选出100户调查社会购买力的某一项指标，应采用的最佳抽样方法是分层抽样

②线性回归直线$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$一定过样本中心点$(\overline{x},\overline{y})$

③对于一组数据$1,2,3,4,5$，如果将它们改变为$11,12,13,14,15$，则平均数与方差均发生变化

④若一组数据1、a、2、3的众数是2，则这组数据的中位数是2

⑤用系统抽样方法从编号为1，2，3，…，700的学生中抽样50人，若第2段中编号为20的学生被抽中，按照等间隔抽取的方法，则第5段中被抽中的学生编号为76

A．0　　　　B．1　　　　C．2　　　　D．3

7．在正项等比数列$\{a_n\}$中，若$a_6,3a_5,a_7$依次成等差数列，则$\{a_n\}$的公比为（　　）

A．2　　　　　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　　　　　C．3　　　　　　　　D．$\frac{1}{3}$

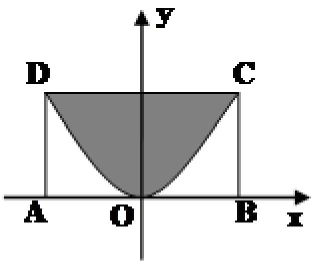
8．已知关于某设备的使用年限 x（单位：）和所支出的维修费用 y（单位：万元）有如下的统计资料，年

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

由上表可得线性回归方程 $y=\hat{b}x+0.08$，若规定当维修费用 $y>12$ 时该设备必须报废，据此模型预报该设备使用年限的最大值为（　）

A．7　　　　　　　　B．8　　　　　　　　C．9　　　　　　　　D．10

9．如图，设不等式组 $\begin{cases}-1\le x\le 1\\ 0\le y\le 1\end{cases}$ 表示的平面区域为长方形 ABCD，长方形 ABCD 内的曲线为抛物线 $y=x^2$ 的一部分，若在长方形 ABCD 内随机取一个点，则此点取自阴影部分的概率等于



A．$\frac{2}{3}$　　　　B．$\frac{1}{3}$　　　　C．$\frac{1}{2}$　　　　D．$\frac{1}{4}$

10．已知直线 $y=kx+1$ 与圆 $(x-2)^2+(y-1)^2=4$ 相交于 P，Q 两点，且 $|PQ|\ge 2\sqrt{3}$，则 k 的取值范围是（　　）

A．$\left(-\frac{3}{4},0\right)$　　　　B．$[-1,1]$　　　　C．$\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$　　　　D．$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

11．将数列 $\{a_n\}$ 中的所有项排成如下数阵:其中每一行项数是上一行项数的 2 倍，且从第二行起每-行均构成公比为 2 的等比数列，

a_1

a_2,a_3

a_4,a_5,a_6,a_7

$a_8,a_9,a_{10},a_{11},a_{12},a_{13},a_{14},a_{15}$

……

记数阵中的第1列数$a_1,a_2,a_4,\cdots\cdots$构成的数列为$\{b_n\}$，T_n为数列$\{b_n\}$的前n项和，若$T_n=5n^2+3n$，则a_{1025}等于(　)

A. 176　　　　　B. 196　　　　　C. 216　　　　　D. 236

12. 已知函数$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}-kx$在区间$\left[e^{\frac{1}{4}},e\right]$上有两个不同的零点，则实数$k$的取值范围为（　　）

A. $\left[\dfrac{1}{4\sqrt{e}},\dfrac{1}{2e}\right)$　　B. $\left(\dfrac{1}{4\sqrt{e}},\dfrac{1}{2e}\right)$　　C. $\left[\dfrac{1}{e^2},\dfrac{1}{4\sqrt{e}}\right]$　　D. $\left[\dfrac{1}{e^2},\dfrac{1}{e}\right]$

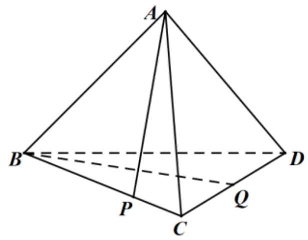
二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 若大庆实验中学高二年级 **8** 个班参加合唱比赛的得分如茎叶图所示，则这组数据的中位数是________.

8	9 4 5
9	5 0 2 1 3

14．函数$f\left(x\right)=sin\left(2x+\varphi\right)\left(-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$的一条对称轴方程是$x=\dfrac{\pi}{4}$，则$\varphi$的值为________.

15．如图，已知正三棱锥$ABCD$，$BC=CD=BD=\sqrt{3}$，$AB=AC=AD=2$，点Q是CD的中点，点P是BC上的动点，则直线AP，BQ所成角的最小值为________.

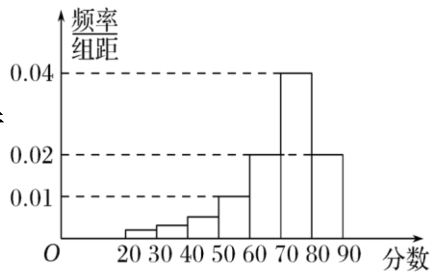


16.设椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为 F，椭圆 C 上的两点 A，B 关于原点对称，且满足$\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB}=0$，$|FB|\leqslant|FA|\leqslant2|FB|$，则椭圆 C 的离心率的取值范围是______________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17.（满分 10 分）

大庆实验中学在高二年级举办线上数学知识竞赛，在已报名的 **400** 名学生中，根据文理学生人数比例，使用分层抽样的方法从中随机抽取了 **100** 名学生，记录他们的分数，将数据分成 **7** 组：**[20，30)，[30，40)，…，[80，90]**，并整理得到如下频率分布直方图：



(1)估算一下本次参加考试的同学成绩的中位数和众数；

(2)已知样本中分数小于 **40** 的学生有 **5** 人，试估计总体中分数在区间**[40，50)**内的人数；

(3)已知样本中有一半理科生的分数不小于 **70**，且样本中分数不小于 **70** 的文理科生人数相等．试估计总体中理科生和文科生人数的比例.

18.（满分 12 分）在直角坐标系中，以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系．已知点 P 的极坐标为$\left(\sqrt{2}，\frac{\pi}{4}\right)$，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=a$，且点 P 在直线 l 上．

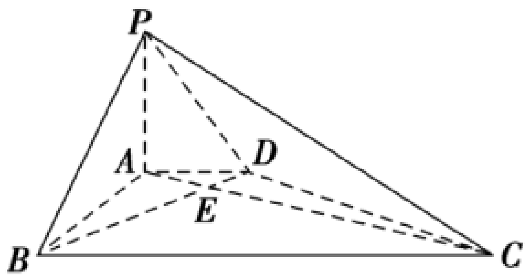
（1）求 a 的值及直线 l 的直角坐标方程；

（2）曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$. 若 C_1 与 C_2 交于 A,B 两点，求 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$ 的值.

19．（满分 **12** 分）已知在 ΔABC 中, 角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $\frac{\sin C-\sin A}{\sin B-\sin A}=\frac{b}{a+c}$.

（1）求角 C 的大小；　　　（2）若 $c=3$，求 $a+b$ 的取值范围.

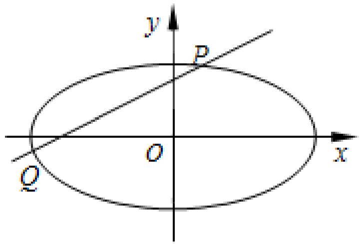
20.（满分 **12** 分）如图，在底面为直角梯形的四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AD//BC$，$\angle ABC=90°$，AC 与 BD 相交于点 E，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=2$，$AD=1$，$AB=\sqrt{3}$，$BC=3$.



（**1**）求证：$BD\perp$ 平面 PAC；

（**2**）求二面角 $A-PC-D$ 的余弦值.

21.（满分 **12** 分）已知中心在原点 O，焦点在 x 轴上，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的椭圆过点 $(\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$.



（**1**）求椭圆的方程；

（**2**）设不过原点 O 的直线 l 与该椭圆交于 P，Q 两点，满足直线 OP、PQ、OQ 的斜率依次成等比数列，求 ΔOPQ 面积的取值范围.

22.（满分 **12** 分）已知函数 $f\left(x\right)=\ln x-\frac{a\left(x-1\right)}{x+1},a\in R$.

(1)若 $x=2$ 是函数 $f\left(x\right)$ 的极值点，求曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程；

(2)若函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上为单调增函数，求 a 的取值范围；

(3)设 m,n 为正实数，且 $m>n$，求证：$\frac{m-n}{\ln m-\ln n}<\frac{m+n}{2}$.