绝密★启用前

2020届高三下期第一次月考数学试题卷(理科)

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

第 I 卷（选择题)

一、选择题：本大题 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分,在每小题给出的四个选项中,有且只有一项是符合题目要求的.

1. 设 $z=\dfrac{1}{1+i}+i$ (其中 i 是虚数单位),则 $|z|=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．2

2. 已知命题 p 为真命题，命题 q 为假命题．在命题① $p\wedge q$；② $p\vee q$；③ $p\wedge(\neg q)$；④ $(\neg p)\vee q$ 中，真命题是(　　)

A．①③　　B．①④　　C．②③　　D．②④

3. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2x-3}{x-1}$,若在 $[-2,5]$ 上随机取一个实数 x_0,则 $f(x_0)\geq 1$ 的概率为（　　）

A. $\dfrac{1}{7}$　　B．$\dfrac{3}{7}$　　C．$\dfrac{4}{7}$　　D．$\dfrac{6}{7}$

4. 等比数列{a_n}中，$a_4=2$，$a_7=5$，则数列{$\lg a_n$}的前 10 项和等于(　　)

A．2　　B．lg 50　　C．5　　D．10

5. 若函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}\left[(2a-1)x+3\right]\left(a\neq\dfrac{1}{2}\right)$ 的定义域为 **R**,则下列叙述正确的是（　　）

A. $f(x)$ 在 **R** 上是增函数　　B. $f(x)$ 在 **R** 上是减函数

C. $f(x)$ 在 $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ 上是减函数　　D. $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数

6. 设 F_1,F_2 分别是双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点，点 $M(a,b)$，$\angle MF_1F_2=30^\circ$，则双曲线的离心率为（　　）

A. 4　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

7. 已知甲、乙、丙三人中,一人是公务员,一人是医生,一人是教师.若丙的年龄比教师的年龄大;甲的年龄和医生的年龄不同;医生的年龄比乙的年龄小.则下列判断正确的是（　　）

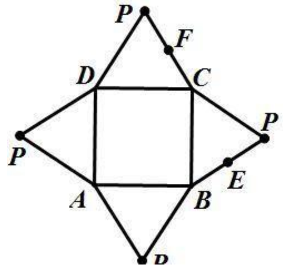
A．甲是公务员，乙是教师，丙是医生　　B．甲是教师，乙是公务员，丙是医生

C．甲是教师，乙是医生，丙是公务员　　D．甲是医生，乙是教师，丙是公务员

8. 一个几何体的平面展开图如右图所示，其中四边形 $ABCD$ 为正方形，E、F 分别为 PB、PC 的中点，在此几何体中，下面结论中一定正确的是(　　)

A.直线 AE 与直线 DF 平行　　B.直线 AE 与直线 DF 异面

C.直线 BF 和平面 PAD 相交　　D.直线 $DF\perp$ 平面 PBC



9.某校实行选科走班制度，张毅同学的选择是物理、生物、政治这三科，且物理在 A 层班级，生物在 B 层班级，该校周一上午课程安排如下表所示，张毅选择三个科目的课各上一节，另外一节上自习，则他不同的选课方法有( )

第一节	第二节	第三节	第四节
地理 B 层 2 班	化学 A 层 3 班	地理 A 层 1 班	化学 A 层 4 班
生物 A 层 1 班	化学 B 层 2 班	生物 B 层 2 班	历史 B 层 1 班
物理 A 层 1 班	生物 A 层 3 班	物理 A 层 2 班	生物 A 层 4 班
物理 B 层 2 班	生物 B 层 1 班	物理 B 层 1 班	物理 A 层 4 班
政治 1 班	物理 A 层 3 班	政治 2 班	政治 3 班

A．8 种　　B．10 种　　C．12 种　　D．14 种

10. 下列说法中正确的个数是( )

(1)已知沙坪坝明天刮风的概率 P(A)=0.5,下雨的概率P(B)=0.3,则沙坪坝明天又刮风又下雨的概率 P(AB)=P(A)P(B)=0.15.

(2)命题 p :直线 $ax+y+1=0$ 和 $3x+(a-2)y-3=0$ 平行;命题 q : $a=3$.

则 q 是 p 的必要条件.

(3) $50^{2019}+1$ 被7 除后所得的余数为5

(4) 已知 i 是虚数单位, $x,y\in R$,复数 $z=x+yi$, $z_1=3-4i$, $|z-z_1|=1$,则 $|z|$ 的最小值是 2.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

11．已知 $\vec{a},\vec{b}$ 为单位向量，则 $|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|$ 的最大值为 (　　)

A. $2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{3}+1$　　D．3

12. 已知曲线 $f(x)=-x^3+ax^2-2x$ 与直线 $y=kx-1$ 相切，且满足条件的 k 值有且只有 3 个，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$[2,+\infty)$　　B．$(2,+\infty)$　　C．$[3,+\infty)$　　D．$(3,+\infty)$

第 II 卷（非选择题)

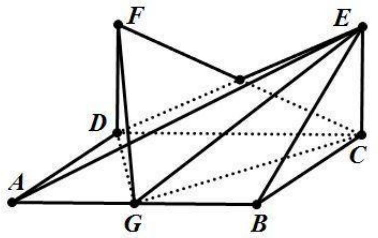
二、填空题：本大题 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分.各题答案必须填写在答题卷相应位置上，只填结果，不要过程.

13. 已知公差不为 0 的等差数列{a_n}中,a_1,a_2,a_5 依次成等比数列,则 $\dfrac{a_5}{a_1}$ =________．

14. 若椭圆 $\dfrac{x^2}{m+6}-\dfrac{y^2}{m}=1\left(-6<m<-3\right)$ 上的点到两焦点距离之和为 4，则该椭圆的短轴长为______.

15. 已知 $g(x)=C_n^0 f(\frac{0}{n})x^0(1-x)^n+C_n^1 f(\frac{1}{n})x^1(1-x)^{n-1}+C_n^2 f(\frac{2}{n})x^2(1-x)^{n-2}+\cdots+C_n^n f(\frac{n}{n})x^n(1-x)^0$，其中 $f(x)=x$.若 $r\geqslant 1$ 时,有 $rC_n^r=nC_{n-1}^{r-1}$ 成立,则 $g(6)$=______.

16. 如图，在四棱锥 $E-ABCD$ 中，$EC\perp$ 底面 $ABCD$，$FD//EC$，底面 $ABCD$ 为矩形，G 为线段 AB 的中点，$CG\perp DG$，$CD=DF=CE=2$，则四棱锥 $E-ABCD$ 与三棱锥 $F-CDG$ 的公共部分的体积为______．



三、解答题：本大题 6 个小题，共 70 分.各题解答必须答在答题卷上相应题目指定的方框内.必须写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程.

17．（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=(4\cos^2 x-2)\sin 2x+\cos 4x$.

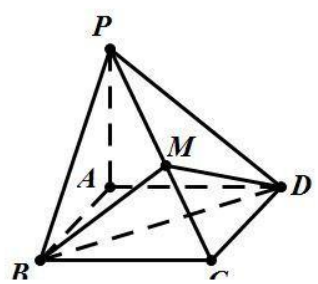
（1）求 $f(x)$ 的最小正周期及最大值．　（2）设 A,B,C 为 ΔABC 的三个内角，若 $\cos B=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$, $f(\dfrac{A}{2})=-1$,且角 A 为钝角，求 $\sin C$ 的值.

18．（本小题满分 12 分）

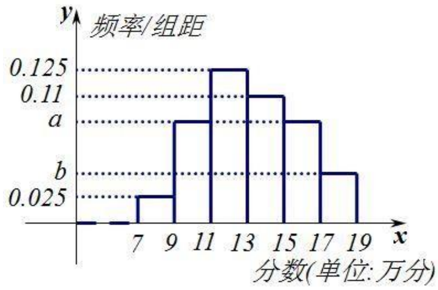
如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为正方形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=AB$，M 是 PC 上一点，且 $BM\perp PC$.

（1）求证：$PC\perp$ 平面 MBD；

（2）求直线 PB 与平面 MBD 所成角的正弦值.



19.（本小题满分 12 分）某芯片公司对今年新开发的一批 5G 手机芯片进行测评，该公司随机调查了 100 颗芯片，所调查的芯片得分均在 $[7,19]$ 内,将所得统计数据分为如下 $[7,9),[9,11),[11,13),[13,15),[15,17),[17,19]$ 六个小组，得到如图所示的频率分布直方图，其中 $a-b=0.06$．



（1）求这 100 颗芯片评测分数的平均数;

（2）芯片公司另选 100 颗芯片交付给某手机公司进行测试，该手机公司将每颗芯片分别装在 3 个工程手机中进行初测。若 3 个工程手机的评分都达到 13 万分，则认定该芯片合格；若 3 个工程手机中只要有 2 个评分没达到 13 万分，则认定该芯片不合格；若 3 个工程手机中仅 1 个评分没有达到 13 万分，则将该芯片再分别置于另外 2 个工程手机中进行二测，二测时，2 个工程手机的评分都达到 13 万分，则认定该芯片合格；2 个工程手机中只要有 1 个评分没达到 13 万分，手机公司将认定该芯片不合格．已知每颗芯片在各次置于工程手机中的得分相互独立，并且芯片公司对芯片的评分方法及标准与手机公司对芯片的评分方法及标准都一致（以频率作为概率）．每颗芯片置于一个工程手机中的测试费用均为 160 元．每颗芯片若被认定为合格或不合格，将不再进行后续测试，现手机公司测试部门预算的测试经费为 5 万元，试问预算经费是否足够测试完这 100 颗芯片？请说明理由．

20.（本小题满分 12 分）已知 $a\in R,a\neq 0$,函数 $f(x)=e^{ax-1}-ax$,其中常数 $e=2.71828\cdots\cdots$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 当 $a\geqslant 1$ 时,求证:对任意 $x>0$,都有 $xf(x)\geqslant 2\ln x+1-ax^2$.

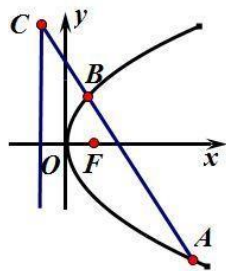
21.(本小题满分 12 分)

已知抛物线 G: $y^2 = 2px$,焦点为 F,直线 l 交抛物线 G 于 A,B 两点,交抛物线 G 的准线于点 C,如图所示.当直线 l 经过焦点 F 时,点 F 恰好是线段 AC 的中点,且$|BC| = \frac{8}{3}$.

(1) 求抛物线 G 的方程;

(2) 点 O 是坐标原点,设直线 OA,OB 的斜率分别为k_1, k_2,当直线 l 的纵截距为 1 时,有数列$\{a_n\}$满足: $a_1 = 1$, $k_1 = -16a_{n+1}$, $k_2 = (4a_n + 2)^2$.

设数列$\{\frac{a_n}{1+a_n}\}$的前 n 项和为 S_n,已知存在正整数m,使得$m \leqslant S_{2020} < m+1$,求$m$ 的值.



请考生在 22、23 两题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4 - 4 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中,已知曲线C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = \sqrt{3}\sin\theta \end{cases}$ (θ为参数),以坐标原点为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,直线l过极坐标系内的两点$A\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$和$B\left(3, \frac{\pi}{2}\right)$.

(1) 写出曲线C 的普通方程,并求直线l 的斜率;

(2) 设直线l与曲线C 交于 P,Q 两点,求 $|BP|\cdot|BQ|$.

23.(本小题满分 10 分)选修 4 - 5 不等式选讲

已知a,b都是实数,$a \neq 0$,$f(x) = |x-1| + |x-2|$.

(1) 求不等式$f(x) > 2$的解集M;

(2) 求证:当$x \in \complement_{\mathrm{R}} M$时,$|a+b| + |a-b| \geq |a| f(x)$ 恒成立.