

绝密★启用前

姓名		准考证号	
----	--	------	--

试卷类型:A

## 2020 年咸阳市高考模拟考试试题 (二)

### 理科数学

注意事项:

1. 试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分, 将答案填写在答题卡上, 考试结束后只交答题卡和答案卷;
2. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、填写在本试题相应位置;
3. 全部答案在答题卡上完成, 答在本试题上无效;
4. 本试卷共 4 页. 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

### 第 I 卷

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求.

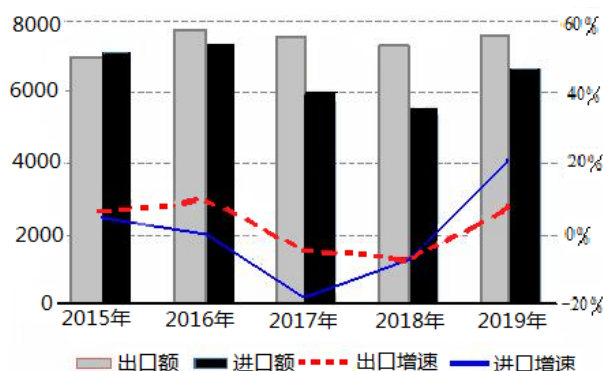
1. 集合  $M = \{x | y = \sqrt{1-x}\}$ ,  $N = \{-1, 0, 1, 2\}$ , 则  $M \cap N =$

- A.  $\{0, 1\}$       B.  $\{-1, 0, 1\}$       C.  $\{1, -1\}$       D.  $\{0, 1, 2\}$

2. 已知  $i$  为虚数单位, 复数  $z = (1+i)(2+i)$  的共轭复数  $\bar{z} =$

- A.  $1+3i$       B.  $-1+3i$       C.  $1-3i$       D.  $-1-3i$

3. “一带一路”是“丝绸之路经济带”和“21 世纪海上丝绸之路”的简称, 旨在积极发展我国与沿线国家经济合作关系, 共同打造政治互信、经济融合、文化包容的命运共同体. 自 2015 年以来, “一带一路”建设成果显著. 右图是 2015-2019 年, 我国对“一带一路”沿线国家进出口情况统计图, 下列描述错误的是

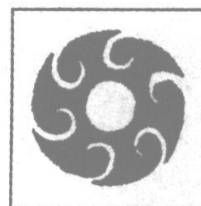


- A. 这五年, 出口总额之和比进口总额之和大
- B. 这五年, 2015 年出口额最少
- C. 这五年, 2019 年进口增速最快
- D. 这五年, 出口增速前四年逐年下降

4. 已知数列  $a_1, \frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}}$  是首项为 8, 公比为  $\frac{1}{2}$  的等比数列, 则  $a_3$  等于

- A. 64      B. 32      C. 2      D. 4

5. “纹样”是中国艺术宝库的瑰宝, “火纹”是常见的一种传统纹样. 为了测算某火纹纹样 (如图阴影部分所示) 的面积, 作一个边长为 3 的正方形将其包含在内, 并向该正方形内随机投掷 200 个点, 已知恰有 80 个点落在阴影部分, 据此可估计阴影部分的面积是



- A.  $\frac{16}{5}$       B.  $\frac{32}{5}$       C. 10      D.  $\frac{18}{5}$

6. 已知  $a, b$  为两条不同直线,  $\alpha, \beta, \gamma$  为三个不同平面, 下列命题:

- ①若  $\alpha // \beta, \alpha // \gamma$ , 则  $\beta // \gamma$       ②若  $a // \alpha, a // \beta$ , 则  $\alpha // \beta$   
 ③若  $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \perp \beta$       ④若  $a \perp \alpha, b \perp \alpha$ , 则  $a // b$

其中正确命题序号为

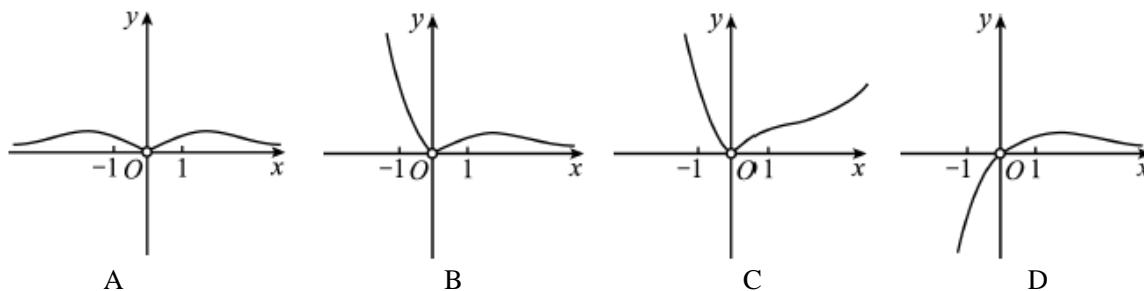
- A. ②③      B. ②③④      C. ①④      D. ①②③

7. 双曲线  $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一个焦点为  $F(c, 0) (c > 0)$ , 且双曲线  $C_1$  的两条渐近线与圆

$C_2: (x-c)^2 + y^2 = \frac{c^2}{4}$  均相切, 则双曲线  $C_1$  的渐近线方程为

- A.  $x \pm \sqrt{3}y = 0$       B.  $\sqrt{3}x \pm y = 0$       C.  $\sqrt{5}x \pm y = 0$       D.  $x \pm \sqrt{5}y = 0$

8. 函数  $f(x) = \frac{x^2}{|e^x - 1|}$  的大致图像是



9. 已知  $AB$  是过抛物线  $y^2 = 4x$  焦点  $F$  的弦,  $O$  是原点, 则  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$

- A. -2      B. -4      C. 3      D. -3

10. 正四棱锥  $P-ABCD$  的五个顶点在同一个球面上, 它的底面边长为  $\sqrt{6}$ , 侧棱长为  $2\sqrt{3}$ , 则它的外接球的表面积为

- A.  $4\pi$       B.  $8\pi$       C.  $16\pi$       D.  $20\pi$

11. 关于函数  $f(x) = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} + \cos 2x$ , 下列说法正确的是

A. 函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbb{R}$

B. 函数  $f(x)$  一个递增区间为  $[-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}]$

C. 函数  $f(x)$  的图像关于直线  $x = \frac{\pi}{8}$  对称

D. 将函数  $y = \sqrt{2} \sin 2x$  图像向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位可得函数  $y = f(x)$  的图像

12. 已知函数  $f(x) = e^x + b$  的一条切线为  $y = a(x+1)$ , 则  $ab$  的最小值为

- A.  $-\frac{1}{2e}$       B.  $-\frac{1}{4e}$       C.  $-\frac{1}{e}$       D.  $-\frac{2}{e}$

## 第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两个部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

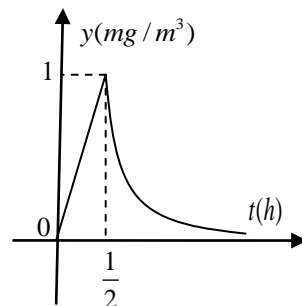
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 若向量  $\vec{a} = (x-1, 2)$  与向量  $\vec{b} = (2, 1)$  垂直, 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14.  $(1-x)(1+x)^4$  展开式中, 含  $x^2$  项的系数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 为了抗击新型冠状病毒肺炎, 某医药公司研究出一种消毒剂, 据实验表明, 该药物释放量  $y(\text{mg}/\text{m}^3)$  与时间  $t(\text{h})$  的函数关系

$$\text{为 } y = \begin{cases} kt, & 0 < t < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{kt}, & t \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{如图所示})$$



实验表明, 当药物释放量  $y < 0.75(\text{mg}/\text{m}^3)$  时对人体无害.

(1)  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 为了不使人体受到药物伤害, 若使用该消毒剂对房间进行消毒, 则在消毒后至少经过  $\underline{\hspace{2cm}}$  分钟人方可进入房间. (第一问 2 分, 第二问 3 分)

16. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 若  $\sqrt{3}\sin A - \cos A = 1, a = 2$ , 则  $\triangle ABC$  的面积的最大值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $a_3 + a_7 = 18, S_6 = 36$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式及前  $n$  项和为  $S_n$ ;

(II) 设  $T_n$  为数列  $\{\frac{1}{S_n + n}\}$  的前  $n$  项的和, 求证:  $T_n < 1$ .

18. (本小题满分 12 分)

为了响应国家号召, 促进垃圾分类, 某校组织了高三年级学生参与了“垃圾分类, 从我做起”的知识问卷作答, 随机抽出男女各 20 名同学的问卷进行打分, 作出如图所示的茎叶图, 成绩大于 70 分的为“合格”.

(I) 由以上数据绘制成  $2 \times 2$  联表, 是否有 95% 以上的把握认为“性别”与“问卷结果”有关?

	男	女	总计
合格			
不合格			
总计			

男	女
6 9	3 6 7 9 9
9 5 1 0 8	0 1 5 6
9 9 4 4 2	7 3 4 5 7 7 7 8
8 8 5 1 1 0 6	0 7
4 3 3 2	5 2 5

(II) 从上述样本中, 成绩在 60 分以下 (不含 60 分) 的男女学生问卷中任意选 2 个, 记来自男生的个数为  $X$ , 求  $X$  的分布列及数学期望.

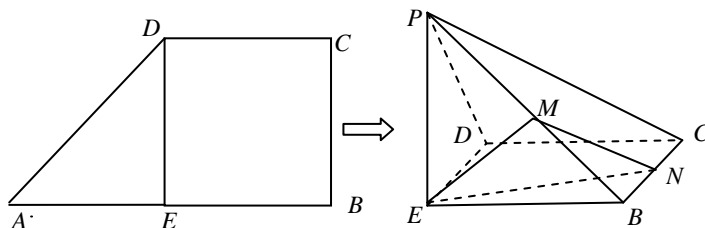
附:

$P(k^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
$k_0$	2.706	3.841	6.635	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \quad n = a+b+c+d$$

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在直角梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel DC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = 2DC = 2BC$ ,  $E$  为  $AB$  的中点, 沿  $DE$  将  $\triangle ADE$  折起, 使得点  $A$  到点  $P$  位置, 且  $PE \perp EB$ ,  $M$  为  $PB$  的中点,  $N$  是  $BC$  上的动点 (与点  $B, C$  不重合).



(I) 证明: 平面  $EMN \perp$  平面  $PBC$  垂直;

(II) 是否存在点  $N$ , 使得二面角  $B-EN-M$  的余弦值  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ? 若存在, 确定  $N$  点位置; 若不存在, 说明理由.

20. (本小题满分 12 分)

椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 它的四个顶点构成的四边形面积为  $2\sqrt{2}$ .

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 设  $P$  是直线  $x = a^2$  上任意一点, 过点  $P$  作圆  $x^2 + y^2 = a^2$  的两条切线, 切点分别为  $M, N$ .

求证: 直线  $MN$  恒过一个定点.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = axe^x (a \in \mathbf{R}, a \neq 0)$ ,  $g(x) = x + \ln x + 1$ .

(I) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(II) 若对任意的  $x > 0$ ,  $f(x) \geq g(x)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 做答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程是  $\rho \cos^2 \theta - 4 \sin \theta = 0$ , 直线  $l_1$  和直线  $l_2$  的极坐标方程分别是  $\theta = \alpha (\rho \in \mathbf{R})$  和  $\theta = \alpha + \frac{\pi}{2} (\rho \in \mathbf{R})$ , 其中  $\alpha \neq k\pi (k \in \mathbf{Z})$ .

(I) 写出曲线  $C$  的直角坐标方程;

(II) 设直线  $l_1$  和直线  $l_2$  分别与曲线  $C$  交于除极点  $O$  的另外点  $A, B$ , 求  $\triangle OAB$  的面积最小值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知关于  $x$  的不等式  $|x+m| - 2x \leq 0$  解集为  $[1, +\infty) (m > 0)$ .

(I) 求正数  $m$  的值;

(II) 设  $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ , 且  $a+b+c=m$ , 求证:  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq 1$ .