

2020年咸阳市高考模拟考试试题(二)

理科数学

注意事项:

1. 试卷分第I卷和第II卷两部分,将答案填写在答题卡上,考试结束后只交答题卡和答案卷;
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号、填写在本试题相应位置;
3. 全部答案在答题卡上完成,答在本试题上无效;
4. 本试卷共4页. 满分150分,考试时间120分钟.

第I卷

一、**选择题:**本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求.

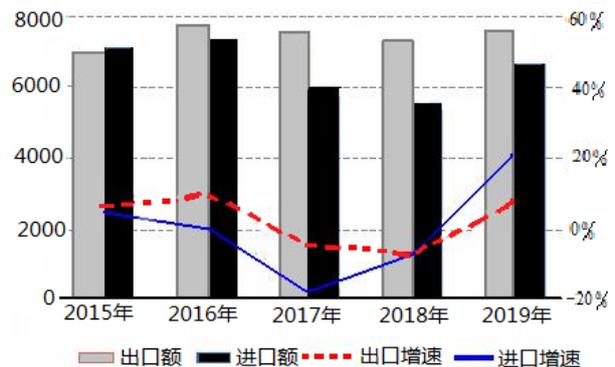
1. 集合 $M = \{x | y = \sqrt{1-x}\}$, $N = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{1, -1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. 已知 i 为虚数单位, 复数 $z = (1+i)(2+i)$ 的共轭复数 $\bar{z} =$

- A. $1+3i$ B. $-1+3i$ C. $1-3i$ D. $-1-3i$

3. “一带一路”是“丝绸之路经济带”和“21世纪海上丝绸之路”的简称,旨在积极发展我国与沿线国家经济合作关系,共同打造政治互信、经济融合、文化包容的命运共同体.自2015年以来,“一带一路”建设成果显著.右图是2015-2019年,我国对“一带一路”沿线国家进出口情况统计图,下列描述错误的是



- A. 这五年,出口总额之和比进口总额之和大
 B. 这五年,2015年出口额最少
 C. 这五年,2019年进口增速最快
 D. 这五年,出口增速前四年逐年下降

4. 已知数列 $a_1, \frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}}$ 是首项为8, 公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列, 则 a_3 等于

- A. 64 B. 32 C. 2 D. 4

5. “纹样”是中国艺术宝库的瑰宝,“火纹”是常见的一种传统纹样.为了测算某火纹纹样(如图阴影部分所示)的面积,作一个边长为3的正方形将其包含在内,并向该正方形内随机投掷200个点,已知恰有80个点落在阴影部分,据此可估计阴影部分的面积是



- A. $\frac{16}{5}$ B. $\frac{32}{5}$ C. 10 D. $\frac{18}{5}$

6. 已知 a, b 为两条不同直线, α, β, γ 为三个不同平面, 下列命题:

- ①若 $\alpha // \beta, \alpha // \gamma$, 则 $\beta // \gamma$ ②若 $a // \alpha, a // \beta$, 则 $\alpha // \beta$
 ③若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \perp \beta$ ④若 $a \perp \alpha, b \perp \alpha$, 则 $a // b$

其中正确命题序号为

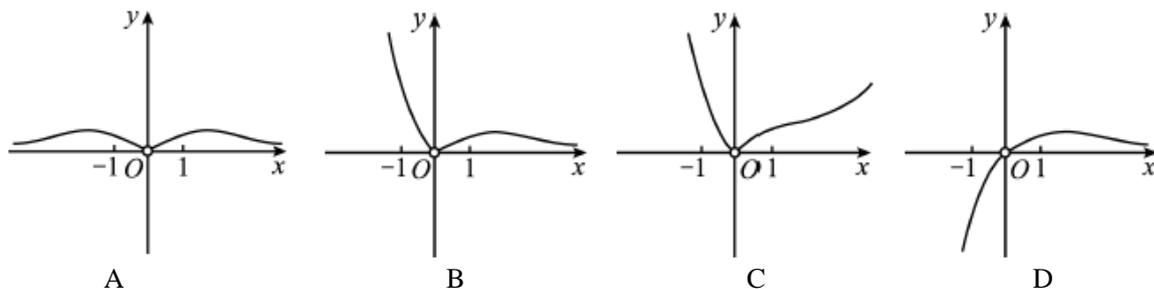
- A. ②③ B. ②③④ C. ①④ D. ①②③

7. 双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点为 $F(c, 0) (c > 0)$, 且双曲线 C_1 的两条渐近线与圆

$C_2: (x-c)^2 + y^2 = \frac{c^2}{4}$ 均相切, 则双曲线 C_1 的渐近线方程为

- A. $x \pm \sqrt{3}y = 0$ B. $\sqrt{3}x \pm y = 0$ C. $\sqrt{5}x \pm y = 0$ D. $x \pm \sqrt{5}y = 0$

8. 函数 $f(x) = \frac{x^2}{|e^x - 1|}$ 的大致图像是



9. 已知 AB 是过抛物线 $y^2 = 4x$ 焦点 F 的弦, O 是原点, 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$

- A. -2 B. -4 C. 3 D. -3

10. 正四棱锥 $P-ABCD$ 的五个顶点在同一个球面上, 它的底面边长为 $\sqrt{6}$, 侧棱长为 $2\sqrt{3}$, 则它的外接球的表面积为

- A. 4π B. 8π C. 16π D. 20π

11. 关于函数 $f(x) = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} + \cos 2x$, 下列说法正确的是

A. 函数 $f(x)$ 的定义域为 R

B. 函数 $f(x)$ 一个递增区间为 $[-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}]$

C. 函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称

D. 将函数 $y = \sqrt{2} \sin 2x$ 图像向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位可得函数 $y = f(x)$ 的图像

12. 已知函数 $f(x) = e^x + b$ 的一条切线为 $y = a(x+1)$, 则 ab 的最小值为

- A. $-\frac{1}{2e}$ B. $-\frac{1}{4e}$ C. $-\frac{1}{e}$ D. $-\frac{2}{e}$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两个部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

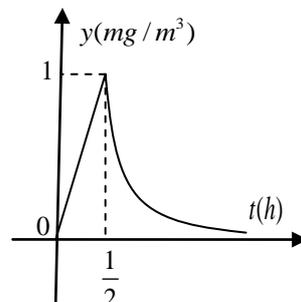
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 若向量 $\vec{a} = (x-1, 2)$ 与向量 $\vec{b} = (2, 1)$ 垂直, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. $(1-x)(1+x)^4$ 展开式中, 含 x^2 项的系数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 为了抗击新型冠状病毒肺炎, 某医药公司研究出一种消毒剂, 据实验表明, 该药物释放量 $y(\text{mg}/\text{m}^3)$ 与时间 $t(\text{h})$ 的函数关系

$$\text{为 } y = \begin{cases} kt, & 0 < t < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{kt}, & t \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{如图所示})$$



实验表明, 当药物释放量 $y < 0.75(\text{mg}/\text{m}^3)$ 时对人体无害.

(1) $k = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 为了不使人体受到药物伤害, 若使用该消毒剂对房间进行消毒, 则在消毒后至少经过 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分钟人方可进入房间. (第一问 2 分, 第二问 3 分)

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $\sqrt{3} \sin A - \cos A = 1, a = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_3 + a_7 = 18, S_6 = 36$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和为 S_n ;

(II) 设 T_n 为数列 $\{\frac{1}{S_n + n}\}$ 的前 n 项的和, 求证: $T_n < 1$.

18. (本小题满分 12 分)

为了响应国家号召, 促进垃圾分类, 某校组织了高三年级学生参与了“垃圾分类, 从我做起”的知识问卷作答, 随机抽出男女各 20 名同学的问卷进行打分, 作出如图所示的茎叶图, 成绩大于 70 分的为“合格”.

(I) 由以上数据绘制成 2×2 联表, 是否有 95% 以上的把握认为“性别”与“问卷结果”有关?

	男	女	总计
合格			
不合格			
总计			

男	女
6 9	3 6 7 9 9
9 5 1 0 8	0 1 5 6
9 9 4 4 2 7	3 4 5 7 7 7 8
8 8 5 1 1 0 6	0 7
4 3 3 2 5	2 5

(II) 从上述样本中, 成绩在 60 分以下 (不含 60 分) 的男女学生问卷中任意选 2 个, 记来自男生的个数为 X , 求 X 的分布列及数学期望.

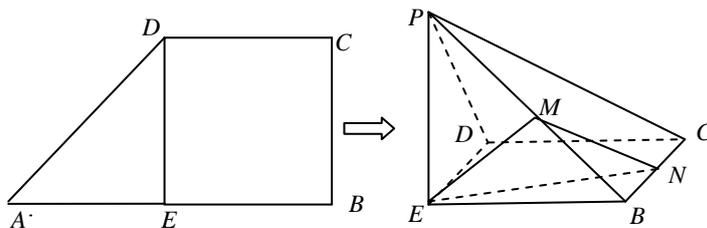
附:

$P(k^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \quad n = a+b+c+d$$

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2DC = 2BC$, E 为 AB 的中点, 沿 DE 将 $\triangle ADE$ 折起, 使得点 A 到点 P 位置, 且 $PE \perp EB$, M 为 PB 的中点, N 是 BC 上的动点 (与点 B, C 不重合).



(I) 证明: 平面 $EMN \perp$ 平面 PBC 垂直;

(II) 是否存在点 N , 使得二面角 $B-EN-M$ 的余弦值 $\frac{\sqrt{6}}{6}$? 若存在, 确定 N 点位置; 若不存在, 说明理由.

20. (本小题满分 12 分)

椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 它的四个顶点构成的四边形面积为 $2\sqrt{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设 P 是直线 $x = a^2$ 上任意一点, 过点 P 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的两条切线, 切点分别为 M, N .

求证: 直线 MN 恒过一个定点.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = axe^x (a \in \mathbf{R}, a \neq 0)$, $g(x) = x + \ln x + 1$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若对任意的 $x > 0$, $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 做答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程是 $\rho \cos^2 \theta - 4 \sin \theta = 0$, 直线 l_1 和直线 l_2 的极坐标方程分别是 $\theta = \alpha (\rho \in \mathbf{R})$ 和 $\theta = \alpha + \frac{\pi}{2} (\rho \in \mathbf{R})$, 其中 $\alpha \neq k\pi (k \in \mathbf{Z})$.

(I) 写出曲线 C 的直角坐标方程;

(II) 设直线 l_1 和直线 l_2 分别与曲线 C 交于除极点 O 的另外点 A, B , 求 $\triangle OAB$ 的面积最小值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知关于 x 的不等式 $|x+m| - 2x \leq 0$ 解集为 $[1, +\infty) (m > 0)$.

(I) 求正数 m 的值;

(II) 设 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 且 $a+b+c=m$, 求证: $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq 1$.