绝密★启用前

锡盟二中2020届高三年级3.20模拟测试（理数）

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{x|x^2>4\}$，$A\cap B=\{x|x<-2\}$，则集合 B 可以为

A. $\{x|x<3\}$　　B. $\{x|-3<x<1\}$

C. $\{x|x<1\}$　　D. $\{x|x>-3\}$

2. $\dfrac{(1-2i)^3}{i}$在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　B. 第二象限　C. 第三象限　D. 第四象限

3. 从某小学随机抽取 100 名学生，将他们的身高（单位：厘米）分布情况汇总如下：

身高	(100,110]	(110,120]	(120,130]	(130,140]	(140,150]
频数	5	35	30	20	10

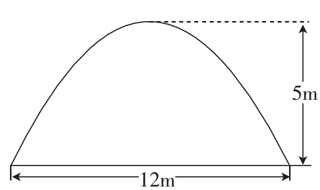
由此表估计这 100 名小学生身高的中位数为（结果保留 4 位有效数字）

A. 119.3　B. 119.7　C. 123.3　D. 126.7

4. 若函数 $f(x)=\begin{cases}2^x+2+a, x\leqslant 1,\\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1), x>1\end{cases}$ 有最大值，则 a 的取值范围为

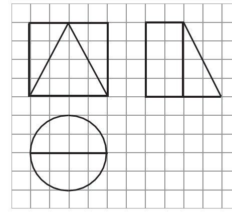
A. $(-5,+\infty)$　B. $[-5,+\infty)$　C. $(-\infty,-5)$　D. $(-\infty,-5]$

5. 位于德国东部萨克森州的莱科勃克桥（如图所示）有“仙境之桥”之称，它的桥形可近似地看成抛物线，该桥的高度为 5 m，跨径为 12 m，则桥形对应的抛物线的焦点到准线的距离为



A. $\dfrac{25}{12}$m　B. $\dfrac{25}{6}$m　C. $\dfrac{9}{5}$m　D. $\dfrac{18}{5}$m

6. 汉朝时，张衡得出圆周率的平方除以 16 等于$\frac{5}{8}$. 如图，网格纸上的小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某几何体的三视图，俯视图中的曲线为圆，利用张衡的结论可得该几何体的体积为



A. 32　　　　B. 40

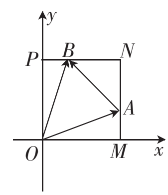
C. $\frac{32\sqrt{10}}{3}$　　　　D. $\frac{40\sqrt{10}}{3}$

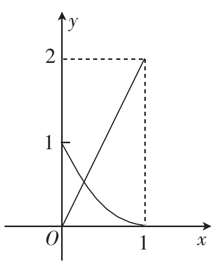
7. 已知函数 $f(x)=2\cos^2(2x+\frac{\pi}{6})+\sqrt{3}\sin(4x+\frac{\pi}{3})$，则下列判断错误的是

A. $f(x)$为偶函数　　　　B. $f(x)$的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$对称

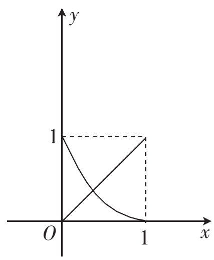
C. $f(x)$的值域为$[-1,3]$　　　　D. $f(x)$的图象关于点$(-\frac{\pi}{8},0)$对称

8. 如图，在直角坐标系 xOy 中，边长为 1 的正方形 $OMNP$ 的两个顶点在坐标轴上，点 A，B 分别在线段 MN，NP 上运动. 设 $PB=MA=x$，函数 $f(x)=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BA}$，$g(x)=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$，则 $f(x)$与 $g(x)$的图象为

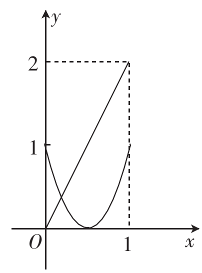




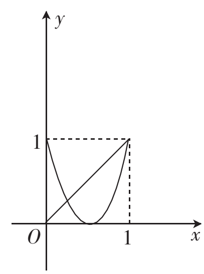
A



B



C



D

9. 已知 $m>0$，设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}y+2\geqslant 0,\\ x-2\leqslant 0,\\ 2x-y+m\geqslant 0,\end{cases}$ $z=x+y$ 的最大值与最小值的比值为 k，则

A. k 为定值-1　　　　B. k 不是定值，且 $k<-2$

C. k 为定值-2　　　　D. k 不是定值，且$-2<k<-1$

10. 设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_7=5$，$S_5=-55$，则 nS_n 的最小值为

A. -343　　B. -324　　C. -320　　D. -243

11. 过点 $M(-1,0)$引曲线 C：$y=2x^3+ax+a$ 的两条切线，这两条切线与 y 轴分别交于 A，B 两点，若$|MA|=|MB|$，则 $a=$

A. $-\frac{25}{4}$　　B. $-\frac{27}{4}$　　C. $-\frac{25}{12}$　　D. $-\frac{49}{12}$

12. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱上到直线 A_1B 与 CC_1 的距离相等的点有 3 个，记这 3 个点分别为 E，F，G，则直线 AC_1 与平面 EFG 所成角的正弦值为

A. $\frac{\sqrt{26}}{13}$　　B. $\frac{2\sqrt{26}}{13}$　　C. $\frac{2\sqrt{78}}{39}$　　D. $\frac{4\sqrt{78}}{39}$

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. $(x-\frac{1}{7x})^7$ 的展开式的第 2 项为____▲____.

14. 若函数 $f(x)=1+|x|+\frac{\cos x}{x}$,则 $f(\lg 2)+f(\lg \frac{1}{2})+f(\lg 5)+f(\lg \frac{1}{5})=$____▲____.

15. 若存在等比数列$\{a_n\}$,使得 $a_1(a_2+a_3)=6a_1-9$,则公比 q 的取值范围为____▲____.

16. 已知 A,B 分别是双曲线 C:$x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 的左、右顶点,P 为 C 上一点,且 P 在第一象限. 记直线 PA,PB 的斜率分别为 k_1,k_2,当 $2k_1+k_2$ 取得最小值时,$\triangle PAB$ 的垂心到 x 轴的距离为____▲____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题,每道试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

在$\triangle ABC$ 中,$3\sin A=2\sin B$,$\tan C=2\sqrt{2}$.

(1)证明:$\triangle ABC$ 为等腰三角形.

(2)若$\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{2}$,D 为 AC 边上一点,且 $BD=3CD$,求线段 CD 的长.

18. (12 分)

某厂销售部以箱为单位销售某种零件,每箱的定价为 200 元,低于 100 箱按原价销售. 不低于 100 箱则有以下两种优惠方案:①以 100 箱为基准,每多 50 箱送 5 箱;②通过双方议价,买方能以优惠 8%成交的概率为 0.6,以优惠 6%成交的概率为 0.4.

(1)甲、乙两单位都要在该厂购买 150 箱这种零件,两单位都选择方案②,且各自达成的成交价格相互独立,求甲单位优惠比例不低于乙单位优惠比例的概率;

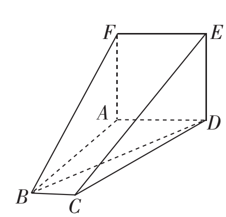
(2)某单位需要这种零件 650 箱,以购买总价的数学期望为决策依据,试问该单位选择哪种优惠方案更划算?

19. (12 分)

如图,在多面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ADEF$ 为正方形,$AD\parallel BC$,$AD\perp AB$,$AD=2BC=1$.

(1)证明:平面 $ADEF\perp$平面 ABF.

(2)若 $AF\perp$平面 $ABCD$,二面角 $A-BC-E$ 为 30°,三棱锥$A-BDF$的外接球的球心为 O,求二面角 $A-CD-O$ 的余弦值.



20.(12 分)

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2，P 为 E 上的一个动点，且 $|PF_2|$的最大值为 $2+\sqrt{3}$，E 的离心率与椭圆 $\Omega:\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{8}=1$ 的离心率相等.

(1)求 E 的方程；

(2)直线 l 与 E 交于 M,N 两点(M,N 在 x 轴的同侧)，当 $F_1M /\!/ F_2N$ 时，求四边形 F_1F_2NM 面积的最大值.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)$的导函数 $f'(x)$满足$(x+x\ln x)f'(x)>f(x)$对 $x\in(1,+\infty)$恒成立.

(1)判断函数 $g(x)=\frac{f(x)}{1+\ln x}$在$(1,+\infty)$上的单调性，并说明理由；

(2)若 $f(x)=e^x+mx$，求 m 的取值范围.

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=-2+\frac{1}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数)，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，圆 C 的极坐标方程为 $\rho=\sqrt{10}$.

(1)若 l 与 C 相交于 A,B 两点，$P(-2,0)$，求$|PA|\cdot|PB|$；

(2)圆 M 的圆心在极轴上，且圆 M 经过极点，若 l 被圆 M 截得的弦长为 1，求圆 M 的半径.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

设函数 $f(x)=|x-1|+|x+3|$.

(1)求不等式$|f(x)-6|<1$ 的解集；

(2)证明：$4-x^2\leqslant f(x)\leqslant 2|x|+4$.