

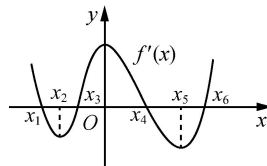
## 江苏省南通中学线上课程居家测试

## 高二数学试卷

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 得分\_\_\_\_\_

## 一、单项选择题: (每题 5 分, 共 60 分)

- 向量  $a=(1, -2)$  所对应的复数是 ( )  
A.  $z=1+2i$  B.  $z=1-2i$  C.  $z=-1+2i$  D.  $z=-2+i$
- 已知  $A_n^2=132$ , 则  $n$  的值为 ( )  
A. 11 B. 12 C. 13 D. 以上都不对
- 函数  $y=\sin x \cdot \cos x$  的导数是 ( )  
A.  $y'=\cos^2 x + \sin^2 x$  B.  $y'=\cos^2 x - \sin^2 x$  C.  $y'=2\cos x \cdot \sin x$  D.  $y'=\cos x \cdot \sin x$
- 若正数  $a, b$  满足  $ab=a+b+3$ , 则  $ab$  的最小值是 ( )  
A. 6 B. 9 C. 3 D. 12
- 已知复数  $z$  满足  $|z|^2 - 2|z| - 3 = 0$ , 则复数  $z$  对应点的轨迹是 ( )  
A. 1 个圆 B. 线段 C. 2 个点 D. 2 个圆
- 曲线  $y=e^x$  在点  $(2, e^2)$  处的切线与坐标轴所围三角形的面积为 ( )  
A.  $4e^2$  B.  $2e^2$  C.  $e^2$  D.  $\frac{1}{2}e^2$
- 设  $S=(x-1)^4+4(x-1)^3+6(x-1)^2+4(x-1)+1$ , 则  $S$  等于下式中的 ( )  
A.  $(x-2)^4$  B.  $(x-1)^4$  C.  $x^4$  D.  $(x+1)^4$
- 楼道里有 12 盏灯, 为了节约用电, 需关掉 3 盏不相邻的灯, 则关灯方案有 ( )  
A. 56 种 B. 84 种 C. 120 种 D. 720 种
- 函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 导函数  $f'(x)$  的图象如图所示, 则函数  $f(x)$  ( )  
A. 无极大值点, 有四个极小值点  
B. 有三个极大值点, 两个极小值点  
C. 有两个极大值点, 两个极小值点  
D. 有四个极大值点, 无极小值点
- $(1+2x)^2(1-x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$ , 则  $a_1-a_2+a_3-a_4+a_5-a_6+a_7$  的值为 ( )  
A. 32 B. -32 C. -33 D. -31
- 设  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $E: \frac{x^2}{9} + \frac{2y^2}{9} = 1$  的左、右焦点, 过点  $F_1$  的直线交椭圆  $E$  于  $A, B$  两点,  $|AF_1|=3|BF_1|$ , 若  $\cos \angle AF_2B = \frac{3}{5}$ , 则  $AF_1$  的长度为 ( )  
A. 1 B. 3 C. 6 D. 9



12. 中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”。“礼”，主要指德育；“乐”，主要指美育；“射”和“御”，就是体育和劳动；“书”，指各种历史文化知识；“数”，数学. 某校国学社团开展“六艺”课程讲座活动，每艺安排一节，连排六节，一天课程讲座排课有如下要求：“数”必须排在前三节，且“射”和“御”两门课程相邻排课，则“六艺”课程讲座不同排课顺序共有( )

- A. 120 种      B. 156 种      C. 188 种      D. 240 种

二、填空题: (每题 5 分, 其中第 16 题, 第一空 2 分, 第二空 3 分.)

13. 若“ $x < a$ ”是“ $x^2 > 1$ ”的充分不必要条件, 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

14. 设复数  $z = 1 + 2i$ , 则  $\frac{z^2 + 3}{z - 1} =$ \_\_\_\_\_.

15. 若函数  $f(x) = (x^2 - ax + 2)e^x$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 已知圆  $C: (x+3)^2 + y^2 = 48$  和点  $B(3,0)$ ,  $P$  是圆上一点, 线段  $BP$  的垂直平分线交  $CP$  于  $M$  点, 则  $M$  点的轨迹方程为\_\_\_\_\_; 若直线  $l$  与  $M$  点的轨迹相交, 且相交弦的中点为  $P(2,1)$ , 则直线  $l$  的方程是\_\_\_\_\_.

三、解答题:

17. (本小题 10 分)

设复数  $z = \lg(m^2 - 2m - 2) + (m^2 + 3m + 2)i$ , 当  $m$  为何值时, (1) $z$  是实数; (2) $z$  是纯虚数.

18. (本小题 12 分)

已知  $\{a_n\}$  是公比为  $q$  的无穷等比数列, 其前  $n$  项的和为  $S_n$ , 满足  $a_3 = 12$ , \_\_\_\_\_. 是否存在正整数  $k$ , 使得  $S_k > 2020$ ? 若存在, 求  $k$  的最小值; 若不存在, 说明理由.

从①  $q = 2$ , ②  $q = \frac{1}{2}$ , ③  $q = -2$  这三个条件中任选一个, 补充在上面问题中并作答.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

19. (本小题 12 分)

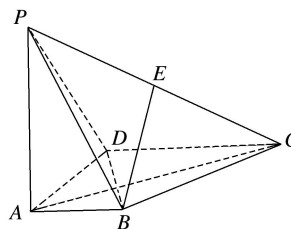
已知  $(\sqrt{x} - \frac{2}{x^2})^n$  的展开式中第二项与第三项的二项式系数之和为 36.

(1) 求  $n$  的值;

(2) 求展开式中含  $x^{\frac{3}{2}}$  的项及展开式中二项式系数最大的项.

20. (本小题 12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AD \perp AB$ ,  $AB \parallel DC$ ,  $AD=DC=AP=2$ ,  $AB=1$ , 点  $E$  为棱  $PC$  的中点.



- (1)求异面直线  $BE$  和  $DC$  所成角的大小;
- (2)求直线  $BE$  与平面  $PBD$  所成角的正弦值.

21. (本小题 12 分)

南通派出“最美逆行者”一行  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$ , 6 名医务人员组成一支医疗队, 奔赴武汉江夏区中医院参与疫情防控、治疗工作, 安排到呼吸、重症、感染、检验四个科室中去. 求:

- (1)若每人都安排去一个科室, 有多少种安排方法?
- (2)若每人都安排去一个科室, 每个科室至少有一人参加, 有多少种安排方法?
- (3)若每个科室只安排一人参加,  $A$  不能去呼吸科,  $B$  不能去检验科, 则有多少种安排方法?
- (4)若每人都安排去一个科室, 每个科室至少有一人参加,  $A$ 、 $B$  不能去检验科, 但能从事其他三项工作, 其他四人都能胜任四个科室工作, 则有多少种安排方法?

注: 以上四问要有必要的解题过程, 最后结果全部用数字作答.

22. (本小题 12 分)

已知函数  $h(x) = -2ax + \ln x$ .

(1)当  $a=1$  时, 求  $h(x)$  在  $(2, h(2))$  处的切线方程;

(2)令  $f(x) = \frac{a}{2}x^2 + h(x)$ , 已知函数  $f(x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$ , 且  $x_1x_2 > \frac{1}{2}$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(3)在(2)的条件下, 若存在  $x_0 \in [1 + \frac{\sqrt{2}}{2}, 2]$ , 使不等式  $f(x_0) + \ln(a+1) > m(a^2 - 1) - (a+1) + 2\ln 2$  对任意  $a$  (取值范围内的值) 恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.