

高二数学 (理)

考试说明: 1. 本试卷共 150 分, 考试时间 120 分钟;

2. 请将各题答案填在答题卡上;

3. 本试卷主要考试内容: 选修 2-2、2-3.

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题：本题共 12 小题；每题 5 分，共计 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确。

1. 定义运算 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 则 $\begin{vmatrix} i & 2 \\ -1 & i^2 \end{vmatrix}$ (i 是虚数单位) 为

A. 3 B. -3 C. $2-i$ D. i^3-2

2. 小明, 小红, 小杨, 小童, 小唐、小平共 6 个人组成学习小组, 从中选 1 名组长 1 名副组长, 但小明不能当副组长, 不同选法的种数是

A. 25 B. 15 C. 10 D. 6

3. 将正整数排成下表:

则在表中，数字 2019 出现在

A. 第 44 行第 81 列

B. 第 45 行第 81 列

C. 第 44 行第 82 列

D. 第 45 行第 83 列

$$\begin{array}{cccccccc} & & & 1 & & & & \\ & & 2 & 3 & 4 & & & \\ & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & & \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & \end{array}$$

4. $(2x - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中 x 项的系数为

A. 80 B. -80 C. -40 D. 48

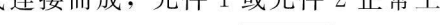
5. 已知随机变量 ξ 的可能取值为 $\xi = -1, 0, 1$, 对应 $P = \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}$, 且设 $\eta = 2\xi - 1$, 则 η 的期望为

A. $-\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{29}{36}$ D. $-\frac{2}{3}$

6. 若曲线 $y=e^x$ 在 $x=0$ 处的切线, 也是 $y=e^2 \ln x+b$ 的切线, 则 $b=$

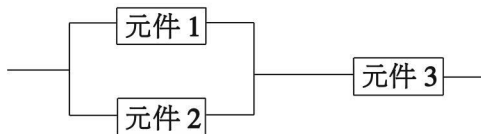
A. -1 B. 1 C. e^2+1 D. $-e^2+1$

7. 某一部件由三个电子元件按下图方式连接而成，元件 1 或元件 2 正常工作，且元件 3 正常工作，则部件正常工作. 设三个电子元件的使用寿命（单位：小时）均服从正态分布 $N(2000, 50^2)$ ，且各个元件能否正常工作相互独立，那么该部件的使用寿命超过 2000 小时的概率为



```

graph LR
    In(( )) --- J1(( ))
    J1 --- E1[元件 1]
    J1 --- E2[元件 2]
    E1 --- J2(( ))
    E2 --- J2
    J2 --- E3[元件 3]
    E3 --- Out(( ))
  
```



A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{2}{3}$

8. 已知一个不透明的袋中装有大小相同、质地均匀的 4 个黑球和 6 个白球，从中任取 2 个球，记随机变量 X 为取出的 2 个球中白球的个数，则随机变量 X 的数学期望 $E(X)$ 为

- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{9}{4}$

9. 下表提供了某厂节能降耗技术改造后，在生产 A 产品过程中记录的产量 x （吨）与相应的生产能耗 y （吨）的几组对应数据：

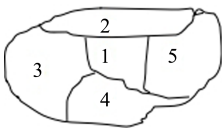
x	3	4	5	6
y	2.5	3	t	4.5

根据上表提供的数据，求出 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=0.7x+0.35$ ，那么表中 t 的值为

- A. 3.15 B. 3.5 C. 4 D. 4.5
10. 甲、乙、丙、丁四位大学生参加创新设计大赛，只有其中一位获奖，有人走访了这四位大学生，甲说：“是丙获奖.” 乙说：“是丙或丁获奖.” 丙说：“乙、丁都未获奖.” 丁说：“我获奖了.” 这四位大学生的话只有两人说的是对的，则获奖的大学生是
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

11. 抛掷一颗骰子两次，则在第一次掷得向上一面点数是偶数的条件下，第二次掷得向上一面点数也是偶数的概率为
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

12. 如图所示，一个地区分为 5 个行政区域，现给地图着色，要求相邻区域不得使用同一颜色，现有 5 种颜色可供选择，则不同的着色方法有



- A. 240 B. 72 C. 540 D. 420

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题：本题共 4 小题，每题 5 分，共计 20 分。请把正确答案填写在答题纸相应的位置上.

13. $\int_{-2}^2 (\sqrt{4-x^2} + x) dx =$ _____.

14. 心理学家分析发现视觉和空间想象能力与性别有关，某数学兴趣小组为了验证这个结论，从所在学校中按分层抽样的方法抽取 50 名同学(男 30,女 20)，给所有同学几何题和代数题各一题，让各位同学自由选择一道题进行解答. 选题情况如下表：(单位：人)

	几何题	代数题	总计
男同学	20	10	30
女同学	6	14	20
总计	26	24	50

根据以上数据，推断视觉和空间想象能力与性别有关系，则这种推断犯错误的概率不超过 _____.

附表：

$P(K^2 > k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \text{ (其中 } n=a+b+c+d \text{)}$$

15. 复数 $z=(m^2-5m+6)+(m^2-3m)i, m \in R, i$ 为虚数单位. z 是纯虚数时, 实数 m 为 _____.
16. 某大厦的一部电梯从底层出发后只能在第 18, 19, 20 层停靠. 若该电梯在底层有 6 个乘客, 且每位乘客在这三层的每一层下电梯的概率均为 $\frac{1}{3}$, 用 X 表示这 6 位乘客在第 20 层下电梯的人数, 则 $P(X=4)=$ _____.

三、解答题: 本题共 6 小题, 共计 70 分.

17. (本小题满分 10 分)

设 m 为正整数, $(x+y)^{2m}$ 展开式的二项式系数的最大值为 a , 展开式 $(x+y)^{2m+1}$ 的二项式系数的最大值为 b , a 与 b 满足 $13a=7b$

- (1) 求 m 的值;
- (2) 求 $(x-y)(x+y)^{m+3}$ 的展开式中的 x^2y^8 的系数.

18. (本小题满分 12 分)

在某中学篮球体育测试要求学生完成“立定投篮”和“三步上篮”两项测试, “立定投篮”与“三步上篮”各有 2 次投篮机会, 先进行“立定投篮”测试, 如果合格才有机会进行“三步上篮”测试, 为了节约时间, 每项只需且必须投中一次即为合格. 小明同学“立定投篮”的命中率为 $\frac{2}{3}$, “三步上篮”的命中率为 $\frac{3}{4}$, 假设每次投篮是否命中互不影响.

- (1) 求小明同学体育测试合格的概率;
- (2) 设测试过程中小明投篮的次数为 ξ , 求 ξ 的分布列.

19. (本小题满分 12 分)

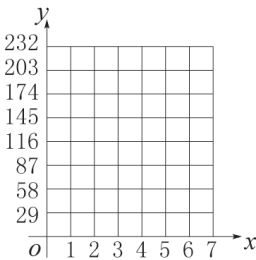
过点 $(2, a)$ 可作三条不同的直线与曲线 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{3}$ 相切, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

近期某市公交公司分别推出支付宝和微信扫码支付乘车活动, 活动设置了一段时间的推广期, 由于推广期内优惠力度较大, 吸引越来越多得人开始使用扫码支付. 其线路公交队统计了活动刚推出一周内每一天使用扫码支付的人数, 用 x 表示活动推出的天数, y 表示每天使用扫码支付的人数 (单位十人次), 统计数据如表所示

x	1	2	3	4	5	6	7
y	6	11	21	34	66	101	196

根据以上数据, 绘出散点图



- (1) 根据散点图判断，在推广期内， $y=a+bx$ 与 $y=c \cdot d^x$ (c, d 均为大于零的常数) 哪一个适宜扫码支付的人次 y 关于活动推出天数 x 的回归方程类型？(给出判断即可，不必说明理由)；
- (2) 根据 (1) 的判断结果及表中的数据，建立 y 关于 x 的回归方程，并预测活动推出第 10 天使用扫码支付的人次。

参考数据：

$\sum_{i=1}^7 y_i$	\bar{v}	$\sum_{i=1}^7 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^7 x_i v_i$	$10^{0.54}$	$10^{3.04}$
435	1.54	2711	50.12	3.47	1096.5

其中 $v_i=\lg y_i$ ， $\bar{v}=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^n v_i$

参考公式 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \cdots (u_n, v_n)$ ，其回归直线 $\hat{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：
$$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^n u_i v_i - n \bar{u} \bar{v}}{\sum_{i=1}^n u_i^2 - n \bar{u}^2}, \hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta} \bar{u}$$

21. (本小题满分 12 分)

甲、乙两位同学参加数学文化知识竞赛培训，现分别从他们在培训期间参加的若干次测试成绩中随机抽取 10 次，用茎叶图记录如下：

- (1) 现要从中选派一人参加正式比赛，从所抽取的两组数据分析，

你认为选派哪位同学参加较为合适？
并说明理由；

- (2) 若对甲同学在今后的 3 次测试成绩进行预测，记这 3 次成绩中高于 80 分的次数为 ξ (将甲 10 次成绩中高于 80 分的频率视为概率)，求 ξ 的分布列及数学期望 $E\xi$.

甲						乙				
					7					
					8					
					9					

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=ax^2-\ln x(a\in R)$

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调区间；
- (2) 若 $f(x)\geqslant 2x-\frac{1}{2}$ 在 $[1,+\infty)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.