

高二数学 (文)

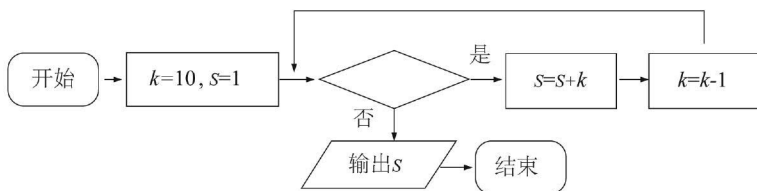
考试说明:

1. 本试卷共 150 分, 考试时间 120 分钟;
2. 请将各题答案填在答题卡上;
3. 本试卷主要考试内容: 选修 1-2、选修 4-4.

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题: 本题共 12 小题; 每题 5 分, 共计 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项正确.

1. 若复数 $z = \frac{1+i}{2-i}$, 则 z 的虚部是
A. 1 B. $\frac{3}{5}$ C. i D. $\frac{3}{5}i$
2. 对具有线性相关关系的变量 x, y 有一组观测数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 6)$, 其回归直线方程是 $\hat{y} = \frac{1}{3}x + \hat{a}$, 且 $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 18$, $y_1 + y_2 + \dots + y_6 = 12$, 则实数 \hat{a} 的值是
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
3. 正弦函数是奇函数, $f(x) = \sin x^3$ 是正弦函数, 所以 $f(x) = \sin x^3$ 是奇函数. 以上推理
A. 结论不正确 B. 大前提不正确 C. 小前提不正确 D. 全部正确
4. 已知点 P 的直角坐标 $(-1, -\sqrt{3})$, 则它的一个极坐标为
A. $(2, \frac{\pi}{3})$ B. $(2, \frac{4\pi}{3})$ C. $(-2, \frac{\pi}{6})$ D. $(2, \frac{7\pi}{6})$
5. 设 a, b, c , 大于 0, 则三个数 $\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}$ 的值
A. 都大于 1 B. 至多有一个不大于 1
C. 都小于 1 D. 至少有一个不大于 1
6. 若如下框图所给的程序运行结果为 $S=35$, 那么判断框中应填入的关于 k 的条件是



- A. $k=7?$ B. $k \leq 6?$ C. $k < 6?$ D. $k > 6?$
7. 极坐标方程 $\rho \cos \theta = 1$ 和参数方程 $\begin{cases} x = 3 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 所表示的图形分别是
A. 圆与直线 B. 圆与椭圆 C. 直线与圆 D. 直线与椭圆
8. 在同一坐标系中, 将曲线 $y = 3 \cos 4x$ 变为曲线 $y' = \cos x'$ 的伸缩变换是
A. $\begin{cases} x = 4x' \\ y = \frac{1}{3}y' \end{cases}$ B. $\begin{cases} x' = 4x \\ y' = \frac{1}{3}y \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 4x' \\ y = 3y' \end{cases}$ D. $\begin{cases} x' = 4x \\ y' = 3y \end{cases}$

9. 执行如图所示的程序框图，则输出 s 的值等于

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. 0

D. $-\frac{1}{2}$

10. 已知点 P 的极坐标为 $(1, \pi)$ ，那么过点 P 且垂直于极轴的直线的极坐标方程为

A. $\rho=1$

B. $\rho=\cos\theta$

C. $\rho=-\frac{1}{\cos\theta}$

D. $\rho=\frac{1}{\cos\theta}$

11. 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=3+t\sin 30^\circ \\ y=-t\cos 30^\circ \end{cases}$ (t 为参数)，则直线 l 的倾斜角为

A. 30°

B. 60°

C. 120°

D. 150°

12. 设实数 a, b, c, d 满足 $a^2+b^2=1, c^2+d^2=4$ ，则 $ac+bd$ 的最大值是

A. 2

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{5}$

D. $\sqrt{10}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题：本题共 4 小题，每题 5 分，共计 20 分。请把正确答案填写在答题纸相应的位置上。

13. 若复数 z 满足 $(z-1)i=1+i$ ，则 $\bar{z}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 已知曲线 C 的参数方程为： $\begin{cases} x=\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$ ， $\theta \in [0, \pi]$ 且点 $P(x, y)$ 在曲线 C 上，则 $\frac{y+2}{x}$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

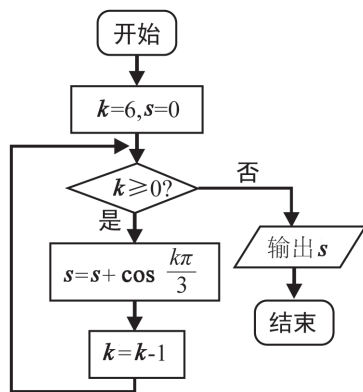
15. $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)f(y)$ 且 $f(2)=2$ ，则 $\frac{f(4)}{f(2)}+\frac{f(6)}{f(4)}+\dots+\frac{f(2020)}{f(2018)}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 已知平面直角坐标系 xOy ，以 O 为极点， x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos\varphi \\ y=2+2\sin\varphi \end{cases}$ (φ 为参数)。点 A, B 是曲线 C 上两点，点 A, B 的极坐标分别为 $(\rho_1, \frac{\pi}{3})$ ， $(\rho_2, \frac{5\pi}{6})$ 。则 $|AB|=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题：本题共 6 小题，共计 70 分。

17. (本小题满分 10 分)

已知 $a < -\frac{4}{3}$ ，用反证法证明： $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-a(x>0)$ 无零点。



18. (本小题满分 12 分)

已知 z 为复数, i 为虚数单位, 且 $z+3-i$ 和 $\frac{z}{1+i}$ 均为实数.

- (1) 求复数 z ;
- (2) 若复数 $(z+ai)^2$ 在复平面上对应的点在第二象限, 求实数 a 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

设直线 l 经过点 $P(1,2)$ 倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$.

- (1) 写出直线 l 的参数方程;
- (2) 求直线 l 与直线 $x+y+1=0$ 的交点到点 P 的距离;
- (3) 设 l 与圆 $x^2+y^2=9$ 相交于两点 A, B , 求点 P 到 A, B 两点的距离的和.

20. (本小题满分 12 分)

当前人们非常注重身体健康, 越来越多的人坚持每天运动, 现在针对坚持每天运动的人进行了一份调查, 受调查对象总计 120 人, 其中年龄在 40 岁以上的共 70 人, 40 岁以下的 50 人. 年龄在 40 岁以上的人群中有 42 人主要的运动方式是跑步, 另外 28 人主要的运动方式是打球; 年龄在 40 岁以下的共有 18 人主要的运方式是跑步, 另外 32 人主要的休闲方式是打球.

- (1) 根据以上数据建立一个 2×2 的列联表;
- (2) 根据下列提供的独立检验临界值表, 你最多能有多少把握认为年龄与运动方式有关系?

独立检验临界值表:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

21. (本小题满分 12 分)

在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 射线 OM 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{4}$, 曲线 C 的直角坐标方程为 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$, 曲线 C 与射线 OM 交于 A, B 两点.

(1) 求 A, B 两点之间的距离;

(2) 设点 P 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{2})$, 求 $\triangle ABP$ 的面积.

请考生在 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请写清题号.

22. (本小题满分 12 分) 选修 4—4: 坐标系与参数方程

已知曲线 $C: x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$, 直线 $l: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$ (t 为参数).

(1) 写出曲线 C 的参数方程, 直线 l 的普通方程;

(2) 过曲线 C 上任意一点 P 作与 l 夹角为 30° 的直线, 交 l 于点 A , $|PA|$ 的最大值及取得最大值时 P 点的坐标.

23. (本小题满分 12 分) 选修 4—5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = 2|x-1| + |x+2|$.

(1) 求不等式 $f(x) < 5$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) < |a+4|$ 的解集是非空的集合, 求实数 a 的取值范围.