

# 枣强中学第一次月考数学试题

出题人 袁宁宁 审题人 王恩勃

一、选择题（每题 5 分）

1. 已知下列四个命题，其中错误的个数有（ ）

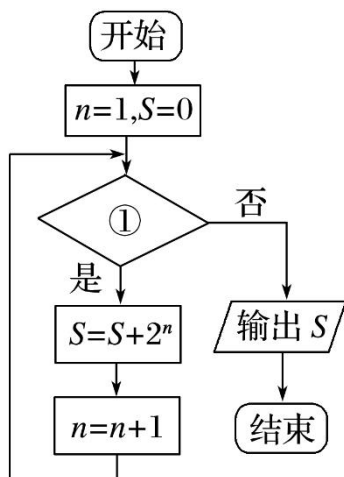
①  $(2^x)' = x \cdot 2^{x-1}$ ，②  $(\sin 2x)' = \cos 2x$ ，③  $(\log_a x)' = a^x \ln a$ （ $a > 0$ ，且  $a \neq 1$ ），④  $(\ln 2)' = 0$

A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

2. 设  $f(x)$  为可导函数，且  $f'(2) = \frac{1}{2}$ ，则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2-h)}{-h}$  的值为（ ）

A. 1      B. -1      C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

3. 如图所示的程序框图输出的  $S$  是 62，则①应为（ ）

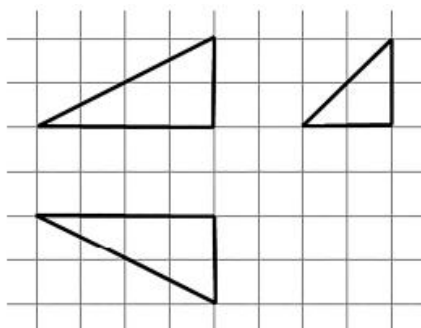


A.  $n \leq 5?$                       B.  $n \leq 6?$                       C.  $n \leq 7?$                       D.  $n \leq 8?$

4. 已知函数  $f(x)$  的导函数为  $f'(x)$  且满足  $f(x) = 2x \cdot f'(1) + \ln x$ ，则  $f'(e) =$ （ ）

A.  $\frac{1}{e} - 2$                       B.  $e - 2$                       C. -1                      D.  $e$

5. 如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的各条棱中，最长的为( )

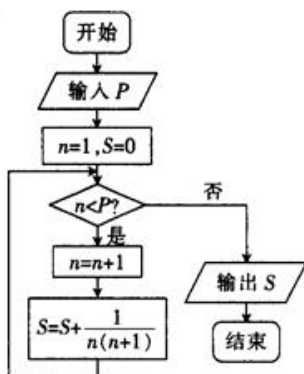


- A. 4                      B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $2\sqrt{5}$                       D.  $2\sqrt{6}$

6. 已知函数  $f(x)$  是偶函数，当  $x < 0$  时， $f(x) = 2x \ln(-x) + 1$ ，则曲线  $y = f(x)$  在  $x=1$  处的切线方程为( )

- A.  $y = -x$                       B.  $y = -x + 2$                       C.  $y = -2x + 3$                       D.  $y = x - 2$

7. 执行如图所示的程序框图，若输出的  $s = \frac{9}{20}$ ，则输入的  $P$  的取值范围是( )



- (15,16]                      B. (16,17]                      C. (17,18]                      D. (18,19]

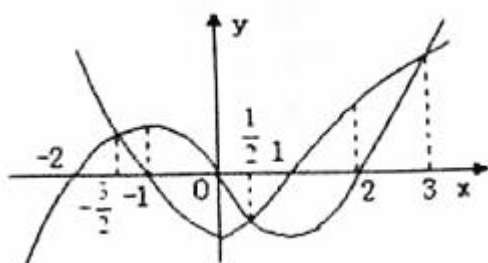
8. 已知  $f(x) = a\left(x - \frac{1}{x}\right) - 2 \ln x$  ( $a \geq 0$ ) 在  $[2, +\infty)$  上为单调递增函数，则  $a$  的取值范围为( )

- A.  $[0, +\infty)$     B.  $(0, +\infty)$     C.  $\left[\frac{4}{5}, +\infty\right)$     D.  $[1, +\infty)$

9. 已知函数  $f(x)$  满足：  $f(0) = 1$ ，  $f'(x) > f(x)$ ，则不等式  $f(x) < e^x$  的解集为( )

- A.  $(0, +\infty)$     B.  $(-\infty, 0)$     C.  $(1, +\infty)$     D.  $(-\infty, 1)$

10. 已知函数  $f(x)$  与  $f'(x)$  的图象如图所示, 则函数  $y = \frac{f(x)}{e^x}$  ( )



- A. 在区间  $(-1, 2)$  上是减函数  
 B. 在区间  $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$  上是增函数  
 C. 在区间  $(\frac{1}{2}, 2)$  上增函数  
 D. 在区间  $(-1, 1)$  上是增函数

11. 函数  $f(x) = x^3 - 3x$  在区间  $(m, 2)$  上有最小值, 则  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, 1)$  B.  $[-2, 1)$  C.  $(-\infty, 1]$  D.  $(-2, 1)$

12. 已知函数  $y = x^2$  的图象在点  $(x_0, x_0^2)$  处的切线为  $l$ , 若  $l$  也与函数  $y = \ln x$ ,  $x \in (0, 1)$  的图象相切, 则  $x_0$  必满足 ( )

- A.  $x > 1$  B.  $\sqrt{3} < x < 2$  C.  $1 < x < \sqrt{2}$  D.  $\sqrt{2} < x_0 < \sqrt{3}$

二填空题(每题 5 分 0

13. 若  $x = 1$  是函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + (a+1)x^2 - (a^2 + a - 3)x$  的极值点, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $f(x) = x^3 - 3x$  对区间  $[-1, 2]$  上任意的  $x_1, x_2$  都有  $|f(x_1) - f(x_2)| \leq m$ , 则实数  $m$  的最小值是\_\_\_\_\_.

15. 已知偶函数  $f(x)$  定义域为  $(-\frac{\pi}{2}, 0) \cup (0, \frac{\pi}{2})$ , 其导函数是  $f'(x)$ . 当  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  时, 有  $f'(x)\cos x + f(x)\sin x < 0$ , 则关于  $x$  的不等式  $f(x) > 2f(\frac{\pi}{3})\cos x$  的解集为\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = (x-2)e^x + e + 1$ ,  $g(x) = a + x \ln x$ , 存在总  $m \in [\frac{1}{e}, 3]$ , 对任意  $n \in [\frac{1}{e}, 3]$  使得  $g(m) \leq f(n)$  成立, 则  $a$  的范围为\_\_\_\_\_

三解答题

17. (满分 10 分) 已知定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x) = x^2(ax-3)$  在区间  $(-2, 0)$  上是增函数, 求  $a$  的取值范围

18. (满分 12 分) 已知函数  $f(x) = ax + \ln x, x \in [1, e]$ .

(1) 若  $a = 1$ , 求  $f(x)$  的最小值;

(2) 若  $f(x) \leq 0$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

19. (满分 12 分) 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - (a+1)x + \ln x (a \in R)$ .

(1) 若  $a = 1$ , 求曲线  $f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(2) 讨论函数  $f(x)$  的单调区间

20. (满分 12 分) 已知函数  $f(x) = e^x - 2x$

(1) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(2) 若函数  $g(x) = f(x) - a, x \in [-1, 1]$  恰有 2 个零点, 求实数  $a$  的取值范围

21. (满分 12 分) 已知函数  $f(x) = xe^x + 2ax + 3$ .

(1) 若曲线  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处切线与坐标轴围成的三角形面积为 18, 求实数  $a$  的值;

(2) 若  $a = -\frac{1}{2}$ , 求证:  $f(x) \geq \ln x + 4$

22. 已知函数  $f(x) = (x-2)e^x$ , 其中  $e$  为自然对数的底数.

(1) 求函数  $f(x)$  的最小值;

(2) 若  $\forall x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$  都有  $x - \ln x + a > f(x)$ , 求证:  $a > -4$