

南京市第五高级中学 高二年级 3 月线上教学调研——数学

姓名: _____ 班级: _____ 学号: _____

一. 单项选择题 (每题只有一个选项正确, 每题 5 分, 共 50 分)

1. 设 i 为虚数单位, 复数 z 满足 $\frac{2i}{z} = 1-i$, 则复数 z 等于 ()

- A.
- $-1-i$
- B.
- $1-i$
- C.
- $-1+i$
- D.
- $1+i$

2. 下列求导运算正确的是 ()

- A.
- $(\frac{1}{\ln x})' = x$
- B.
- $(x \cdot e^x)' = e^x + 1$

- C.
- $(x^2 \cos x)' = -2x \sin x$
- D.
- $(x - \frac{1}{x})' = 1 + \frac{1}{x^2}$

3. 设抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点在直线 $2x + 3y - 8 = 0$ 上, 则该抛物线的准线方程为 ()

- A.
- $x = -4$
- B.
- $x = -3$
- C.
- $x = -2$
- D.
- $x = -1$

4. 函数 $f(x) = 2x - \ln x$ 的单调递减区间为 ()

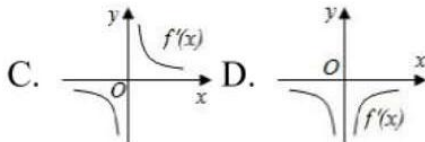
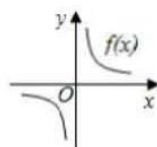
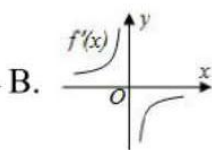
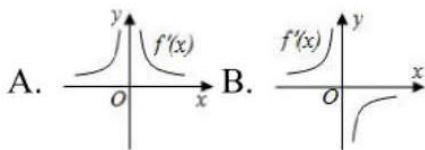
- A.
- $(-\infty, \frac{1}{2})$
- B.
- $(0, +\infty)$
- C.
- $(0, \frac{1}{2})$
- D.
- $(\frac{1}{2}, +\infty)$

5. 过点 $(3, 2)$ 且与椭圆 $3x^2 + 8y^2 = 24$ 有相同焦点的椭圆方程为 ()

- A.
- $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{10} = 1$
- B.
- $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{15} = 1$
- C.
- $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{10} = 1$
- D.
- $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{10} = 1$

6. 函数 $y = x^4 - 4x + 3$ 在区间 $[-2, 3]$ 上的最小值为 ()

- A. 0 B. 12 C. 36 D. 72

7. 函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示, 则导函数 $y = f'(x)$ 的图象大致是 ()

第 7 题图

8. 若函数 $f(x) = ax^2 + 1$ 图象上点 $(1, f(1))$ 处的切线平行于直线 $y = 2x + 1$, 则 $a =$ ()

- A. 1 B. 0 C.
- $\frac{1}{4}$
- D. -1

9. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + a \ln x$ 有两个不同的极值点, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 1$ B. $-1 < a < 0$ C. $a < 1$ D. $0 < a < 1$

10. 设 $f(x) = x - \sin x$, 则下列关于 $f(x)$ 的说法, 正确的一项是 ()

- A. 既是奇函数又是减函数 B. 既是奇函数又是增函数
C. 是有零点的减函数 D. 是没有零点的奇函数

二. 多项选择题 (每题有 2-4 个选项正确, 每题 5 分, 共 10 分)

11. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项的和, 且 $S_5 < S_6$, $S_6 = S_7 > S_8$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $d > 0$ B. $a_7 = 0$
C. $S_9 > S_5$ D. S_6 与 S_7 均为 S_n 的最大值

12. 已知 \vec{v} 为直线 l 的方向向量, \vec{n}_1, \vec{n}_2 分别为平面 α, β 的法向量 (α, β 不重合), 那么下列说法中正确的有 ()

- A. $\vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2 \Leftrightarrow \alpha \parallel \beta$ B. $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \alpha \perp \beta$
C. $\vec{v} \perp \vec{n}_1 \Leftrightarrow l \parallel \alpha$ D. $\vec{v} \perp \vec{n}_1 \Leftrightarrow l \perp \alpha$

三. 填空题 (每题 5 分, 共 20 分)

13. 当且仅当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 $y = 4x + \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 取得最小值.

14. 曲线 $y = x^2 + \frac{1}{x}$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 的单调递减区间是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = -1$, $a_1 - a_3 = -3$, 则 $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

四. 解答题 (第 17, 18 题每题 10 分, 第 19, 20, 21 题每题 12 分, 第 22 题 14 分, 共 70 分)

17. 已知抛物线 $y = x^2 + 4$ 与直线 $y = x + 10$.

(1) 求它们的交点.

(2) 求抛物线在交点处的切线方程.

18. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 < 0\}$, $B = \{x | a - 1 < x < 3a + 1\}$.

(1) 当 $a = \frac{1}{4}$ 时, 求 $A \cap B$;

(2) 命题 $p: x \in A$, 命题 $q: x \in B$, 若 q 是 p 的必要条件, 求实数 a 的取值范围.

19. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ($a, b \in \mathbb{R}$). 若函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处有极值 -4 .

(1) 求 $f(x)$ 的单调递减区间;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上的最大值和最小值.

(1) 当 $a = \frac{1}{4}$ 时, 求 $A \cap B$;

(2) 命题 $p: x \in A$, 命题 $q: x \in B$, 若 q 是 p 的必要条件, 求实数 a 的取值范围.

3/3

19. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ($a, b \in \mathbb{R}$). 若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处有极值 -4.

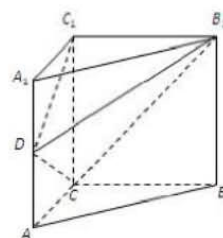
(1) 求 $f(x)$ 的单调递减区间;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上的最大值和最小值.

20. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面 $\triangle ABC$ 是直角三角形, $AC=BC=AA_1=2$, D 为侧棱 AA_1 的中点.

(1) 求异面直线 DC_1 , B_1C 所成角的余弦值;

(2) 求二面角 B_1-DC-C_1 的平面角的余弦值.



21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $F_1(-1, 0)$, $F_2(1, 0)$ 分别是椭圆的左、右焦点, 过点 $F_2(1, 0)$

作直线 l 于椭圆 C 交于 A, B 两点, $\triangle ABF_1$ 的周长为 $4\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$, 求直线 l 的方程.

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为零的等差数列, $a_{10} = 15$, 且 a_3, a_4, a_7 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: $-\frac{7}{4} \leq T_n < -1 (n \in \mathbb{N}^*)$.