

# 河津三中 2019-2020 学年第二学期高二文科数学考试答案

(考试时间: 120 分钟 满分: 150)

## 一、单选题 (每题 5 分, 共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	B	C	A	B	B	A	A	B	D	C

## 二、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13. 9      14.  $\frac{121}{3}$       15. 4      16. 2

## 三、解答题 (共 70 分)

### 17. (10 分)

解: (1)  $\because$  指数函数  $f(x) = (2a-1)^x$  在  $\mathbf{R}$  上是减函数  
 $\therefore 0 < 2a-1 < 1$ , 解得  $\frac{1}{2} < a < 1$ .  
 $\therefore p$  为真命题时  $a$  的范围是  $(\frac{1}{2}, 1)$ ;  
 (2)  $\because$  关于  $x$  的不等式  $x^2 - ax + 2 \geq 1$  在  $(0, +\infty)$  恒成立  
 $\Leftrightarrow x^2 - ax + 1 \geq 0$  在  $(0, +\infty)$  恒成立  $\Leftrightarrow x + \frac{1}{x} - a \geq 0$   
 在  $(0, +\infty)$  恒成立,  
 $\because x \in (0, +\infty)$  时,  $x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 2$ , 当且仅当  $x = \frac{1}{x}$  时, 即  $x=1$  时等号成立.  
 $\therefore x + \frac{1}{x} - a \geq 0$  在  $(0, +\infty)$  恒成立  $\Leftrightarrow 2 - a \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 2$ .  
 $\because$  命题 “ $\neg p \wedge q$ ” 为真命题,  
 $\therefore$  命题  $p$  为假且命题  $q$  为真.  
 $\therefore \begin{cases} a \leq \frac{1}{2} \text{ 或 } a \geq 1 \\ a \leq 2 \end{cases}$ , 解得  $a \leq \frac{1}{2}$ , 或  $1 \leq a \leq 2$ .  
 $\therefore a \in (-\infty, \frac{1}{2}] \cup [1, 2]$ .

18. (1) 设  $g(x) = f'(x)$ , 则  $g(x) = \cos x + x \sin x - 1$ ,  $g'(x) = x \cos x$ . ----2分

当  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$  时,  $g'(x) > 0$ ; 当  $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$  时,  $g'(x) < 0$ ,

所以  $g(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{2})$  单调递增, 在  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  单调递减. -----4分

又  $g(0)=0, g\left(\frac{\pi}{2}\right)>0, g(\pi)=-2$  , 故  $g(x)$  在  $(0, \pi)$  存在唯一零点.

所以  $f'(x)$  在  $(0, \pi)$  存在唯一零点. -----6分

(2) 由题设知  $f(\pi) \geq ax, f(\pi)=0$ , 可得  $a \leq 0$ . -----8分

由 (1) 知,  $f'(x)$  在  $(0, \pi)$  只有一个零点, 设为  $x_0$ ,

且当  $x \in (0, x_0)$  时,  $f'(x) > 0$ ; 当  $x \in (x_0, \pi)$  时,  $f'(x) < 0$ ,

所以  $f(x)$  在  $(0, x_0)$  单调递增, 在  $(x_0, \pi)$  单调递减. -----10分

又  $f(0)=0, f(\pi)=0$ ,

所以, 当  $x \in [0, \pi]$  时,  $f(x) \geq 0$  又当  $a \leq 0, x \in [0, \pi]$  时,  $ax \leq 0$ , 故  $f(x) \geq ax$ .

因此,  $a$  的取值范围是  $(-\infty, 0]$ . -----12分

**19. (12分)** 因为  $M, E$  分别为  $BB_1, BC$  的中点, 所以  $ME \parallel B_1C$ , 且  $ME = \frac{1}{2} B_1C$ .

又因为  $N$  为  $A_1D$  的中点, 所以  $ND = \frac{1}{2} A_1D$ .

由题设知  $A_1B_1 \parallel DC$ , 可得  $B_1C \parallel A_1D$ , 故  $ME \parallel ND$ , -----4分

因此四边形  $MNDE$  为平行四边形,  $MN \parallel ED$ .

又  $MN \not\subset$  平面  $EDC_1$ , 所以  $MN \parallel$  平面  $C_1DE$ . -----6分

(2) 过  $C$  作  $C_1E$  的垂线, 垂足为  $H$ . -----7分

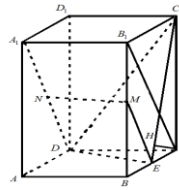
由已知可得  $DE \perp BC$ ,  $DE \perp C_1C$ , 所以  $DE \perp$  平面  $C_1CE$ , -----9分

故  $DE \perp CH$ . 从而  $CH \perp$  平面  $C_1DE$ ,

故  $CH$  的长即为  $C$  到平面  $C_1DE$  的距离, -----11分

由已知可得  $CE=1$ ,  $C_1C=4$ , 所以  $C_1E = \sqrt{17}$ , 故  $CH = \frac{4\sqrt{17}}{17}$ .

从而点C到平面 $C_1DE$ 的距离为 $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ .



-----12分

## 20. (12 分)

解:(1)由  $A, B, C$  成等差数列,  
可求得  $B = \frac{\pi}{3}$ ,  
由已知  $a - 2\sqrt{3}\sin A = 0$  及正弦定理  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ,  
可求得  $b = 3$ .  
(2)利用余弦定理得  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B = a^2 + c^2 - ac$ ,  
所以  $a^2 + c^2 - ac = 9$ ,  
整理得  $(a+c)^2 = 9 + 3ac$ ,  
利用基本不等式  $(a+c)^2 = 9 + 3ac \leq 9 + 3\left(\frac{a+c}{2}\right)^2$ ,  
 $a+c \leq 6, a+b+c \leq 9$   
 $a+c > b = 3$ , 所以  $6 < a+c+b \leq 9$ .

21 (12分) 解: 设直线  $l: y = \frac{3}{2}x + t, A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ .

(1) 由题设得  $F\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ , 故  $|AF| + |BF| = x_1 + x_2 + \frac{3}{2}$ , 由题设可得

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{2}. \text{ -----2分}$$

$$\text{由} \begin{cases} y = \frac{3}{2}x + t \\ y^2 = 3x \end{cases}, \text{ 可得 } 9x^2 + 12(t-1)x + 4t^2 = 0, \text{ 则 } x_1 + x_2 = -\frac{12(t-1)}{9}. \text{ ---4分}$$

$$\text{从而 } -\frac{12(t-1)}{9} = \frac{5}{2}, \text{ 得 } t = -\frac{7}{8}. \text{ 所以 } l \text{ 的方程为 } y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{8}. \text{ -----6分}$$

(2) 由  $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{PB}$  可得  $y_1 = -3y_2$ . -----7分

$$\text{由} \begin{cases} y = \frac{3}{2}x + t \\ y^2 = 3x \end{cases}, \text{ 可得 } y^2 - 2y + 2t = 0. \text{ 所以 } y_1 + y_2 = 2. \text{ -----9 分}$$

从而  $-3y_2 + y_2 = 2$ , 故  $y_2 = -1, y_1 = 3$ . 代入  $C$  的方程得  $x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{3}$  ----11 分

$$\text{故 } |AB| = \frac{4\sqrt{13}}{3}. \text{ -----12 分}$$

**22. (12 分)** 解: (1) 设等比数列  $\{a_n\}$  的首项为  $a_1$ , 公比为  $q$ ,

依题意, 有  $2(a_3 + 2) = a_2 + a_4$ , 代入  $a_2 + a_3 + a_4 = 28$ , 得  $a_3 = 8$ ,

$$\therefore a_2 + a_4 = 20, \text{ -----2 分}$$

$$\therefore \begin{cases} a_1 q + a_1 q^3 = 20, \\ a_3 = a_1 q^2 = 8, \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} q = 2 \\ a_1 = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ a_1 = 32 \end{cases}, \text{ -----4 分}$$

$$\text{又 } \{a_n\} \text{ 单调递增, } \therefore \begin{cases} q = 2 \\ a_1 = 2 \end{cases}, \therefore a_n = 2^n. \text{ -----6 分}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 知 } b_n = 2^n \log_{\frac{1}{2}} 2^n = -n \cdot 2^n \text{ -----7 分}$$

$$\therefore -S_n = 1 \times 2 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \cdots + n \times 2^n, \text{ ①}$$

$$-2S_n = 1 \times 2^2 + 2 \times 2^3 + 3 \times 2^4 + \cdots + (n-1) \times 2^n + n \cdot 2^{n+1}, \text{ ② -----8 分}$$

$\therefore$  ①-②, 得

$$S_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n - n \cdot 2^{n+1} = \frac{2(1-2^{n+1})}{1-2} - n \cdot 2^{n+1} = 2^{n+1} - n \cdot 2^{n+1} - 2, \text{ -----10 分}$$

$$\text{由 } S_n + (n+m)a_{n+1} < 0,$$

$$\text{即 } 2^{n+1} - n \cdot 2^{n+1} - 2 + n \cdot 2^{n+1} + m \cdot 2^{n+1} < 0 \text{ 对任意正整数 } n \text{ 恒成立,}$$

$$\therefore m \cdot 2^{n+1} < 2 - 2^{n+1} \text{ 对任意正数 } n, m < \frac{1}{2^n} - 1 \text{ 恒成立, -----11 分}$$

$$\therefore \frac{1}{2^n} - 1 > -1, \therefore m \leq -1, \text{ 即 } m \text{ 的取值范围是 } (-\infty, -1]. \text{ -----12 分}$$