

河津三中 2019-2020 学年第二学期高二文科数学考试试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 150)

一、单选题 (每题 5 分, 共 60 分)

1. 如果两直线 $l_1: 2x + (m+1)y + 4 = 0, l_2: mx + 3y - 2 = 0$ 平行, 那么 m 的值为()

- A. 2 B. -3 C. 2 或 -3 D. -2 或 -3

2. 已知命题 $p: \forall x > 0, \ln(x+1) > 0$; 命题 q : 若 $a > b$ 则 $a^2 > b^2$; 下列命题为真命题的是()

- A. $p \wedge q$ B. $p \wedge (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge q$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

3. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 " $x^2 - 5x < 0$ " 是 " $|x-1| < 1$ " 的()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 1$, $AA_1 = \sqrt{3}$, 则异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为()

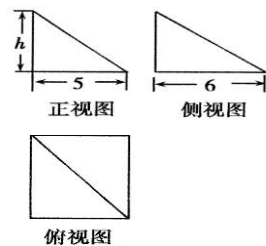
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则其渐近线方程为()

- A. $y = \pm \sqrt{2}x$ B. $y = \pm \sqrt{3}x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$

6. 一个几何体的三视图如图所示, 若这个几何体的体积为 $10\sqrt{3}$, 则 h 的值为()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$
C. $3\sqrt{3}$ D. $5\sqrt{3}$



7. 设 α, β 为两个平面, 则 $\alpha \parallel \beta$ 的充要条件是()

- A. α 内有无数条直线与 β 平行 B. α 内有两条相交直线与 β 平行

C. α, β 平行于同一条直线

D. α, β 垂直于同一平面

8. 已知曲线 $y = ae^x + x \ln x$ 在点 $(1, ae)$ 处的切线方程为 $y = 2x + b$, 则()

A. $a = e^{-1}, b = -1$

B. $a = e, b = 1$

C. $a = e^{-1}, b = 1$

D. $a = e, b = -1$

9. 直线 $y = kx + 3$ 与圆 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ 相交于 M, N 两点, 若 $|MN| \geq 2\sqrt{3}$,

则 k 的取值范围是()

A. $\left[-\frac{3}{4}, 0\right]$

B. $\left(-\infty, -\frac{3}{4}\right] \cup [0, +\infty)$

C. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

D. $\left[-\frac{2}{3}, 0\right]$

10. 已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$, 过 F_2 的直线与 C 交于 A, B 两点. 若

$|AF_2| = 2|F_2B|, |AB| = |BF_1|$, 则 C 的方程为()

A. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

D. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

11. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \sin A - b \sin B = 4c \sin C$,

$\cos A = -\frac{1}{4}$, 则 $\frac{b}{c} =$ ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

12. 设 $a = \log_{0.2} 0.3, b = \log_2 0.3$, 则()

A. $a + b < ab < 0$

B. $a + b < 0 < ab$

C. $ab < a + b < 0$

D. $ab < 0 < a + b$

二、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \geq 0, \\ x + y - 3 \leq 0, \\ y - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x - y$ 的最大值是_____.

14. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_4^2 = a_6$, 则 $S_5 =$ _____.

15. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 \neq 0$, $a_2 = 3a_1$, 则 $\frac{S_{10}}{S_5} =$ _____.

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线与 C 的两条渐近线分别交于 A, B 两点. 若 $\overrightarrow{F_1A} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{F_1B} \cdot \overrightarrow{F_2B} = 0$ 则 C 的离心率为_____.

三、解答题 (共 70 分)

17. (10 分) 设命题 P : 指数函数 $f(x) = (2a-1)^x$ 在 \mathbb{R} 上单调递减,

命题 q : 不等式 $x^2 - ax + 2 \geq 1$ 在 $(0, +\infty)$ 恒成立.

(1) 若 p 为真命题, 求实数 a 的取值范围.

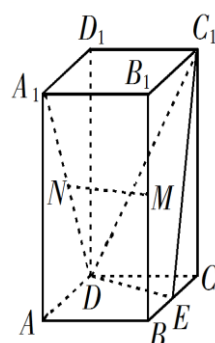
(2) 若命题 $p \vee (\neg q)$ 为假命题, 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = 2\sin x - x\cos x - x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数.

(1) 证明: $f'(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 存在唯一零点;

(2) 若 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x) \geq ax$, 求 a 的取值范围.

19. (12 分) 如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, $AA_1=4$, $AB=2$, $\angle BAD=60^\circ$, E, M, N 分别是 BC, BB_1, A_1D 的中点.



(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 C_1DE ;

(2) 求点 C 到平面 C_1DE 的距离.

20. (12 分) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 且 $a - 2\sqrt{3}\sin A = 0$, 内角 A, B, C 成等差数列。

(1) 求 b 的值

(2) 求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围

21. (12 分) 已知抛物线 $C: y^2 = 3x$ 的焦点为 F , 斜率为 $\frac{3}{2}$ 的直线 l 与 C 的交点为 A, B , 与 x 轴的交点为 P .

(1) 若 $|AF| + |BF| = 4$, 求 l 的方程;

(2) 若 $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{PB}$, 求 $|AB|$.

22. (12 分) 已知单调递增的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_3 + a_4 = 28$, 且 $a_3 + 2$ 是 a_2, a_4 的等差中项。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = a_n \log_{\frac{1}{2}} a_n$, $S_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n$, 对任意正整数 n ,

$S_n + (n + m)a_{n+1} < 0$ 恒成立, 试求 m 的取值范围。