# 2019-2020 学年度高三第二学期第一次测试试题

## 文科数学

**一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。单选题（每小题 5 分，共 60 分）**

1．已知集合 $A=\{x\,|\,-1\le x<2\}$，$B=\{x\,|\,0\le x\le 3\}$，则 $A\bigcap B=$（　　）

A．$\{x\,|\,0\le x<2\}$　　B．$\{0,1,2\}$　　C．$\{x\,|\,-1\le x\le 3\}$　　D．$\{1,2\}$

2．若 $z=\dfrac{2}{(1-i)^2}$（i 为虚数单位），则 $\overline{z}=$（　　）

A．$1+i$　　B．$-i$　　C．i　　D．$1-i$

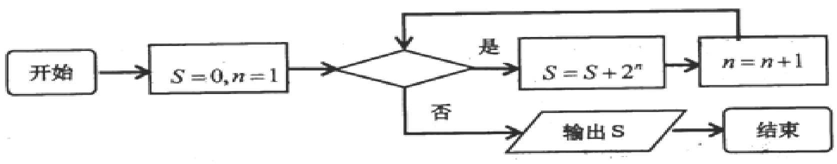
3．已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，$a_2+a_8=18$，则 $\{a_n\}$ 的前 9 项和 $S_9=$（　　）

A．9　　B．17　　C．72　　D．81

4．从集合 $\{2,4,8\}$ 中随机选取一个数 $m$，则方程 $\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 表示离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 的椭圆的概率为(　　)

A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．1

5．如图所示的程序框图输出的结果为 30，则判断框内的条件是（　　）




A．$n\le 5$？　　B．$n<5?$　　C．$n\le 6?$　　D．$n<4?$

6．设 $D$，$E$ 为正三角形 $ABC$ 中 $BC$ 边上的两个三等分点，且 $BC=2$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}=$（　　）

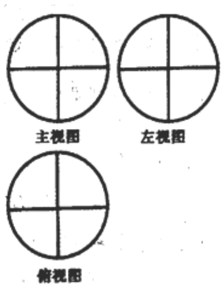
A．$\dfrac{4}{9}$　　B．$\dfrac{8}{9}$　　C．$\dfrac{26}{9}$　　D．$\dfrac{26}{3}$

7．设 $x$，$y$ 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\le 0,\\ x+y\ge 4,\\ x\ge 1,\end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的取值范围为（　　）

A．$[3,6]$　　B．$[3,7]$　　C．$[7,+\infty)$　　D．$[6,+\infty)$

8．如图所示，某几何体的三视图是三个半径均为 1 的圆，且每个圆中的直径相互垂直，则它的体积为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　　　B．$\frac{\pi}{3}$　　　　C．$\frac{4\pi}{3}$　　　　D．$\frac{2\pi}{3}$




9．由射线 $y=\frac{4}{3}x$（$x\geq 0$）逆时针旋转到射线 $y=-\frac{5}{12}x$（$x\leq 0$）的位置所成角为 $\theta$，则 $\cos\theta=$（　　）

A．$-\frac{16}{65}$　　　　B．$\pm\frac{16}{65}$　　　　C．$-\frac{56}{65}$　　　　D．$\pm\frac{56}{65}$

10．已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，$AB=AA_1=2$，则异面直线 $AB_1$ 与 $CA_1$ 所成角的余弦值为（　　）

A．0　　　　B．$-\frac{1}{4}$　　　　C．$\frac{1}{4}$　　　　D．$\frac{1}{2}$

11．双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右焦点 $F(c,0)$ 关于渐近线的对称点在双曲线的左支上，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　　　B．$\sqrt{3}$　　　　C．2　　　　D．$\sqrt{5}$

12．已知函数 $f(x)=2ax^3-3ax^2+1$，$g(x)=-\frac{a}{4}x+\frac{3}{2}$，若对任意给定的 $m\in[0,2]$，关于 $x$ 的方程 $f(x)=g(m)$ 在区间 $[0,2]$ 上总存在唯一的一个解，则实数 $a$ 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,1]$　　　　B．$[\frac{1}{8},1)$　　　　C．$(0,1)\cup\{-1\}$　　　　D．$(-1,0)\cup(0,\frac{1}{8}]$

**二、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）**

13．曲线 $f(x)=x^2-3x+2\ln x$ 在 $x=1$ 处的切线方程为_________.

14．已知 $f(x)$ 是 $R$ 上的偶函数，且在 $[0，+\infty)$ 单调递增，若 $f(a-3)<f(4)$，则 $a$ 的取值范围为____.

15．已知抛物线 $y^2=2x$，焦点为 $F$，过 $F$ 点的直线 $l$ 交抛物线于 $A$，$B$ 两点，则 $|AF|+2|BF|$ 的最小值为__________.

16. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项是 1，公比为 3，等差数列 $\{b_n\}$ 的首项是 $-5$，公差为 1，把 $\{b_n\}$ 中的各项按如下规则依次插入到 $\{a_n\}$ 的每相邻两项之间，构成新数列 $\{c_n\}$：$a_1$，$b_1$，$a_2$，$b_2$，$b_3$，$a_3$，$b_4$，$b_5$，$b_6$，$a_4$，…，即在 $a_n$ 和 $a_{n+1}$ 两项之间依次插入 $\{b_n\}$ 中 $n$ 个项，则 $c_{2018}=$__________.（用数字作答）

**三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。**

**（一）必考题：（共 60 分）**

**17.（本小题满分 12 分）** 在 $\Delta ABC$ 中，$B=\dfrac{\pi}{3}$.

（1）若 $f(A)=\sqrt{3}\sin^2 A+\sin A\cos A$，求 $f(\mathrm{A})$ 的最大值；

（2）若 $AB=2$，$BC=3$，$BD\perp AC$，$D$ 为垂足，求 $BD$ 的值.

**18.（本小题满分 12 分）** 2018 年 2 月 22 日上午，山东省省委、省政府在济南召开山东省全面展开新旧动能转换重大工程动员大会，会议动员各方力量，迅速全面展开新旧动能转换重大工程．某企业响应号召，对现有设备进行改造，为了分析设备改造前后的效果，现从设备改造前后生产的大量产品中各抽取了 200 件产品作为样本，检测一项质量指标值，若该项质量指标值落在 $[20,40)$ 内的产品视为合格品，否则为不合格品．图 1 是设备改造前的样本的频率分布直方图，表 1 是设备改造后的样本的频数分布表.

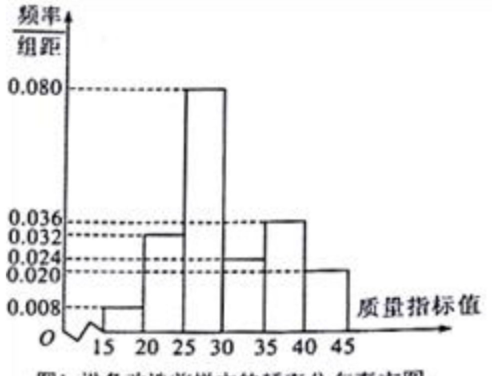


图1：设备改造前样本的频率分布直方图

表 1：设备改造后样本的频数分布表

| 质量指标值 | $[15,20)$ | $[20,25)$ | $[25,30)$ | $[30,35)$ | $[35,40)$ | $[40,45]$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 频数 | 4 | 36 | 96 | 28 | 32 | 4 |

（1）完成下面的 $2\times2$ 列联表，并判断是否有 99%的把握认为该企业生产的这种产品的质量指标值与设备改造有关；

| | 设备改造前 | 设备改造后 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 合格品 | | | |
| 不合格品 | | | |
| 合计 | | | |

（2）根据图 1 和表 1 提供的数据，试从产品合格率的角度对改造前后设备的优劣进行比较；

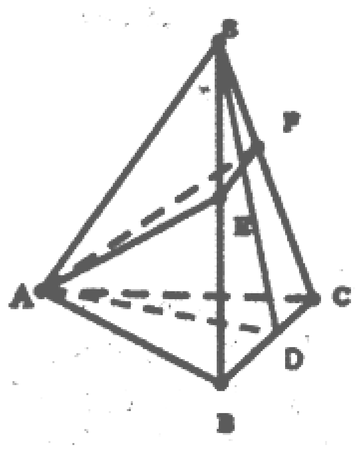
（3）根据市场调查，设备改造后，每生产一件合格品企业可获利 180 元，一件不合格品亏损 100 元，用频率估计概率，则生产 1000 件产品企业大约能获利多少元？

附：

| $P(K^2\geq k_0)$ | 0．150 | 0．100 | 0．050 | 0．025 | 0．010 |
|---|---|---|---|---|---|
| $k_0$ | 2．072 | 2．706 | 3．841 | 5．024 | 6．635 |

$K^2=\dfrac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)},\left(n=a+b+c+d\right)$.

**19.（本小题满分 12 分）**如图所示，已知正三棱锥 $S-ABC$，$D$ 为 $BC$ 中点，过点 $A$ 作截面 $AEF$ 交 $SB$，$SC$ 分别于点 $E$，$F$，且 $E$，$F$ 分别为 $SB$，$SC$ 的中点.




（1）证明：$EF\perp$ 平面 $SAD$；

（2）若 $SA=2\sqrt{2}$，$AB=2$，求三棱锥 $S-AEF$ 的体积.

**20．（本小题满分 12 分）**

已知椭圆$C_1$：$\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$（$a>1$）的离心率$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，直线$l_1$过点$F_1$且垂直于椭圆的长轴，动直线$l_2$垂直$l_1$于点$P$，线段$PF_2$的垂直平分线交$l_2$于点$M$．

（1）求点$M$的轨迹$C_2$的方程；

（2）当直线$AB$与椭圆$C_1$相切，交$C_2$于点$A$，$B$，当$\angle AOB=90^\circ$时，求$AB$的直线方程．

**21．（本小题满分 12 分）**

已知函数$f(x)=(\frac{2}{5}x^2+\frac{2}{3}ax)\sqrt{x}-\frac{1}{2}x^2-ax$．

（1）讨论函数$f(x)$的单调性；

（2）若$f(x)>0$对$x>1$恒成立，求$a$的取值范围．

**（二）选考题:**

**共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。**

22．[选修 4－4：坐标系与参数方程]（10 分）

已知曲线$C$的参数方程为$\begin{cases}x=-1+2\cos\theta\\y=1+2\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）；直线$l:\theta=\alpha$（$\alpha\in[0,\pi)$，$\rho\in\mathbf{R}$）与曲线$C$相交于$M,N$两点，以极点$O$为原点，极轴为$x$轴的负半轴建立平面直角坐标系．

（1）求曲线$C$的极坐标方程；

（2）记线段$MN$的中点为$P$，若$|OP|\le\lambda$恒成立，求实数$\lambda$的取值范围．

23．[选修 4－5：不等式选讲]（10 分）

已知函数$f\left(x\right)=\left|3x-1\right|+\left|3x+k\right|,g\left(x\right)=x+4$．

（1）当$k=-3$时，求不等式$f\left(x\right)\ge 4$的解集；

（2）设$k>-1$，且当$x\in[-\frac{k}{3},\frac{1}{3})$时，都有$f\left(x\right)\le g\left(x\right)$，求$k$的取值范围．