天津市南开中学滨海生态城学校 19-20（下）

高三年级第三次月考

数学试卷

注意事项：

1. **数学试卷分为 I 卷（选择题）和 II 卷（非选择题）两部分，考试时间 3 月 7 日 14:00-16:00，共 120 分钟。请定好闹钟，在规定时间答题；**
2. **选择题需要在客户端填写提交，非选择题请在答题纸上（或白纸）上按照试题要求工整书写，拍照上传。**

一、选择题（每小题 5 分，共 45 分）

1．已知集合 $M=\{x|-3<x\leqslant 5\}$，$N=\{x|x<-5$ 或 $x>5\}$，则 $M\cup N=$(　　)

A．$\{x|x<-5$ 或 $x>-3\}$　B．$\{x|-5<x<5\}$　C．$\{x|-3<x<5\}$　　D．$\{x|x<-3$ 或 $x\geqslant 5\}$

2．若 $\tan\theta=\dfrac{1}{3}$ ，则 $\cos 2\theta=$

（A）$-\dfrac{4}{5}$　　（B）$-\dfrac{1}{5}$　　（C）$\dfrac{1}{5}$　　（D）$\dfrac{4}{5}$

3．数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=\lambda a_n-1(n\in \mathrm{N}^*)$，$\lambda\in\mathrm{R}$ 且 $\lambda\neq 0$，若数列$\{a_n-1\}$是等比数列，则 λ 的值等于(　　)

A. 1　　　　B．-1　　　　C. $\dfrac{1}{2}$　　　　D．2

4．偶函数 $f(x)$在$[0，2]$上递增，则 $a=f(1)$，$b=f(\log\dfrac{11}{24})$，$c=f(\log_2\dfrac{\sqrt{2}}{2})$大小为(　　)

A．$c>a>b$　　B．$a>c>b$　　C．$b>a>c$　　D．$c>b>a$

5．以下关于函数 $f(x)=\sin 2x-\cos 2x$ 的命题，正确的是(　　)

A．函数 $f(x)$在区间$(0，\dfrac{2\pi}{3})$上单调递增

B．直线 $x=\dfrac{\pi}{8}$是函数 $y=f(x)$图象的一条对称轴

C．点$(\dfrac{\pi}{4}，0)$是函数 $y=f(x)$图象的一个对称中心

D．将函数 $y=f(x)$图象向左平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位，可得到 $y=\sqrt{2}\sin 2x$ 的图象

6．圆 C：$(x-1)^2+y^2=1$ 的圆心到直线 l：$x-y+a=0(a>0)$的距离为$\sqrt{2}$，则 a 的值为（　　）

A．0　　　B．1　　　C．2　　　D．3

7．过双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左焦点 F 作直线交双曲线的两条渐近线于 A，B 两点，若 B 为线段 FA 的中点，且 $OB\perp FA$(O 为坐标原点)，则双曲线的离心率为(　　)

A.$\sqrt{2}$　　　　B.$\sqrt{3}$　　　　C．2　　　　D.$\sqrt{5}$

8．在平行四边形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AD}|=2$，$|\overrightarrow{CD}|=4$，$\angle ABC=60°$，E，F 分别是 BC，CD 的中

点，DE 与 AF 交于 H，则$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{DE}$的值(　　)

A．12　　B．16　　C.$\dfrac{12}{5}$　　D. $\dfrac{16}{5}$

9．已知函数 $f(x)=|\ln x|$，$g(x)=\begin{cases}0，0<x\leqslant 1，\\ |x^2-4|-2，x>1，\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)+m=g(x)$恰有三个不相等的实数解，则 m 的取值范围是(　　)

A．$[0，\ln 2]$　　B．$(-2-\ln 2，0)$　　C．$(-2-\ln 2，0]$　　D．$[0，2+\ln 2)$

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

10．已知复数 $z=\dfrac{3-2i}{1-i}$，i 为虚数单位，则$|z|^2=$________.

11．曲线 $f(x)=x^3+\dfrac{9}{2}x^2-3x$ 在点$(1，f(1))$处的切线的斜率为________.

12．在二项式$(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}})^5$的展开式中常数项为________.

13．一个正方体的各顶点均在同一个球的球面上，若该球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$，则该正方体的表面积为________.

14．已知首项与公比相等的等比数列$\{a_n\}$中，若 m，$n\in\mathbb{N}^*$，满足 $a_m a_n^2=a_4^2$，则$\dfrac{2}{m}+\dfrac{1}{n}$的最小值为________.

15．已知函数 $f(x)$满足，$f(x)=\begin{cases}kx+k，x\leqslant 0，\\ \ln x，x>0，\end{cases}$ 其中 $k\geqslant 0$，若函数 $y=f[f(x)]+1$ 有 4 个零点，则实数 k 的取值范围是________.

三、解答题

16．(本小题满分 14 分) ΔABC 中，D 是 BC 上的点，AD 平分∠BAC，ΔABD 是ΔADC 面积的 2 倍。

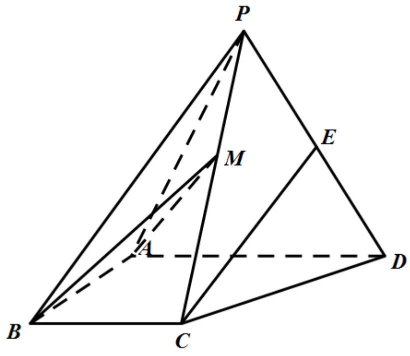
(Ⅰ)求$\dfrac{\sin\angle B}{\sin\angle C}$;

(Ⅱ) 若 $AD=1$，$DC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 求 BD 和 AC 的长.

17.(本小题满分 14 分) 如图,四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,侧面 PAD 为等边三角形且垂直于底面 $ABCD$，$AB=BC=\dfrac{1}{2}AD,\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$，$E$ 是 PD 的中点.

（1）证明：直线 CE∥平面 PAB;

（2）点 M 在棱 PC 上，且直线 BM 与底面 $ABCD$ 所成角为 45°，求二面角 $M-AB-D$ 的余弦值．



18．(本小题满分 15 分)已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点 $P\left(-2，\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$，离心率 $e=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

(1)求椭圆的方程；

(2)经过椭圆左焦点 F 的直线(不经过点 P 且不与 x 轴重合)与椭圆交于 A、B 两点，与直线 l：$x=-3$ 交于点 M，记直线 PA，PB，PM 的斜率分别为 k_1，k_2，$k_3(k_3\neq 0)$．则是否存在常数 λ，使得向量 $m=(k_1+k_2，\lambda)$，$n=(k_3，1)$共线？若存在求出 λ 的值；若不存在，说明理由．

19．(本小题满分 16 分)已知单调递增的等比数列$\{a_n\}$满足 $a_2+a_3+a_4=28$，且 a_3+2 是 a_2 与 a_4 的等差中项．

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若 $b_n=a_n\log_{\frac{1}{2}}a_n$，$S_n=\sum\limits_{i=1}^{n}b_i$，求 S_n 及使 $S_n+n\,2^{n+1}-50>0$ 成立的最小正整数 n 的值.

20．(本小题满分 16 分)设函数 $f(x)=ax-2-\ln x(a\in \mathrm{R})$.

(1)求 $f(x)$的单调区间；

(2)当 $a=1$ 时，试判断 $f(x)$零点的个数；

(3)当 $a=1$ 时，若对　$x\in(1，+\infty)$，都有$(4k-1-\ln x)x+f(x)-1<0(k\in \mathrm{Z})$成立，求 k 的最大值．

高三年级第三次月考（答题纸）

二．填空题（请将此部分六道小题整体拍照上传）

10.________________　　11.________________　　12.________________

13.________________　　14.________________　　15.________________

三．解答题（请将此部分每道题单独拍照上传）

16.解：

17.解：

18.解：

19.解：

20.解：