芦台一中 2020 届高三年级第一次模拟考试
数学试卷

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

第Ⅰ卷（选择题，共 45 分）

一. 选择题（本题共 9 个小题，每题 5 分，共 45 分. 在每小题给出的四个选项中，有一个是正确的）

1. 已知 ***R*** 为实数集，$A=\{x\mid x^2-1\le 0\}$，$B=\{x\mid \frac{1}{x}\ge 1\}$，则 $A\cap(\mathrm{C_R}B)=$

A. $\{x\mid -1<x\le 0\}$　　**B.** $\{x\mid 0<x\le 1\}$　　**C.** $\{x\mid -1\le x\le 0\}$　　**D.** $\{x\mid -1\le x\le 0\text{或}x=1\}$

2. 已知命题 $p:\exists x_0>2, {x_0}^3-8>0$，那么$\neg p$为

A. $\exists x_0>2, {x_0}^3-8\le 0$　　B. $\forall x>2, x^3-8\le 0$　　C. $\exists x_0\le 2, {x_0}^3-8\le 0$　　D. $\forall x\le 2, x^3-8\le 0$

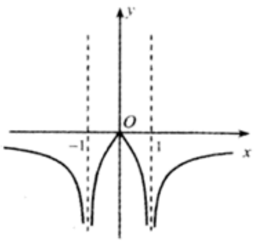
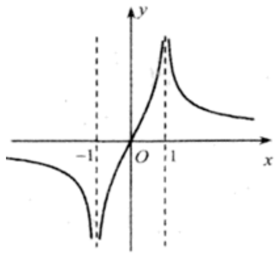
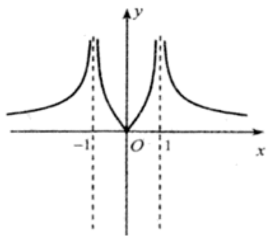
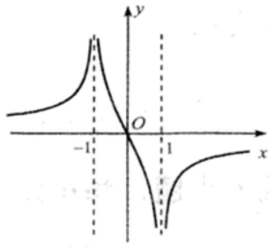
3. 在$\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$的二项展开式中，$x^2$ 的项的系数是

A. 28　　**B.70**　　**C. -70**　　**D. -28**

4.设 $a=\log_2 3$，$b=\log_4 6$，$c=5^{-0.1}$，则

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>a>$ l　　D. $c>b>$ (

5.函数 $f(x)=\ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|$ 的大致图像为

A. 
B. 
C. 
D. 

6. 在△**ABC** 中，“$\cos A<\cos B$”是“$\sin A>\sin B$”的

A. 充分而不必要条件　　**B.** 必要而不充分条件　　**C.** 充分必要条件　　**D.** 既不充分也不必要条件

7. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点 ***P*** 是 ***C*** 的右支上一点，连接PF_1与 ***y*** 轴交于点 ***M***，若$|F_1O|=2|OM|$（***O*** 为坐标原点），$PF_1\perp PF_2$，则双曲线 ***C*** 的渐近线方程为

A. $y=\pm 3x$　　**B.** $y=\pm 2x$　　**C.** $y=\pm\sqrt{3}x$　　**D.** $y=\pm\sqrt{2}x$

8. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})+\cos\omega x(\omega>0)$ 在$[0,\pi]$上的值域为$[\frac{3}{2},\sqrt{3}]$，则实数ω的取值范围为

A. $[\frac{1}{6},+\infty)$　　**B.**$\left[\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right]$　　**C.** $[\frac{1}{6},\frac{1}{3}]$　　**D.**$[\frac{1}{2},\frac{2}{3}]$

9. 在四边形$ABCD$中，$AD//BC$，$AB=2$，$AD=5$，$BC=3$，$\angle A=60°$，点E在线段CB的延长线上，且$AE=BE$，点M在边CD所在直线上，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{ME}$的最大值为

A. $-\frac{71}{4}$　　**B.**-24　　**C.** $-\frac{51}{4}$　　**D.** -30

第Ⅱ卷（非选择题，共 105 分）

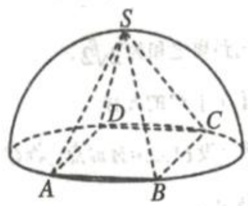
二. 填空题(本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分. 把答案填在答题卷中相应的横线上)

10.设 $z=\dfrac{1-i}{1+i}+2i$，则 $|z|=$______.

11. 有 10 件产品，其中 3 件是次品，从中任取两件，若 X 表示取得次品的个数，则 $P(X<2)=$______；

随机变量 X 的数学期望 $EX=$__________.

12．如图，半球内有一内接正四棱锥 $S-ABCD$，该四棱锥的体积为 $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$，则该半球的体积为______.



13. 过点 $M(2,2)$ 的直线 l 与圆 $x^2+y^2-2x-8=0$ 相交于 ***A*，*B*** 两点，则 $|AB|$ 的小值为________；
此时直线 l 的方程为____________________.

14. 已知 a,b 均为正数，且 $a+b=1$，则 $\dfrac{a^2+1}{2ab}-1$ 的最小值为__________.

15. 已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}3x^2+\dfrac{a}{x}+1, x<0\\ 2\ln x-6x,\ x>0\end{cases}$，若关于 x 的方程 $f\left(x\right)+f\left(-x\right)=0$ 恰有四个不同的解，则实数 a 的取值范围是________________.

三. 解答题(本大题 5 小题，共 75 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

16. (本题满分 14 分) 已知 ***a*，*b*，*c*** 分别是△ABC 的内角 ***A*，*B*，*C*** 的对边，且 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{\cos A}{2-\cos B}$.

（Ⅰ）求 $\dfrac{a}{c}$.

（Ⅱ）若 $b=4$，$\cos C=\dfrac{1}{4}$，求△ABC 的面积.

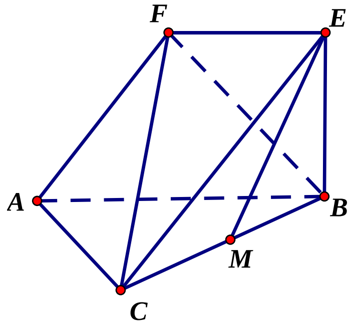
（Ⅲ） 在（Ⅱ）的条件下，求 $\cos(2C+\dfrac{\pi}{3})$ 的值.

17．(本题满分 15 分)如图，在四棱柱$C-ABEF$中，平面$ABEF\perp$平面ABC，$\triangle ABC$是边长为 2 的等边三角形，$AB//EF, \angle ABE=90^{\circ}$，$BE=EF=1$，点$M$为$BC$的中点.

(Ⅰ)求证：$EM//$平面ACF；

(Ⅱ)求二面角$E-BC-F$的余弦值.

(Ⅲ)在线段EF上是否存在一点N，使直线CN与平面BCF所成的角正弦值为$\dfrac{\sqrt{21}}{21}$，若存在求出EN的长，若不存在说明理由.



18.(本题满分 15 分)已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的左、右顶点分别为$A_1$、$A_2$，上、下顶点分别为$B_1,B_2$，$F$为其右焦点，$\overrightarrow{B_1A_1}\cdot\overrightarrow{B_1F}=1$，且该椭圆的离心率为$\dfrac{1}{2}$；

(Ⅰ)求椭圆C的标准方程;

(Ⅱ)过点A_1作斜率为k的直线l交椭圆C于x轴上方的点P，交直线$x=4$于点D，直线A_2D与椭圆C的另一个交点为G，直线OG与直线A_1D交于点H.若$\overrightarrow{A_1P}=\lambda\overrightarrow{A_1H}$，求$\lambda$取值范围.

19. (本题满分 15 分) 已知数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且点$\left(n,S_n\right)$ $\left(n\in N^*\right)$在函数$y=2^{x+1}-2$的图像上；

（Ⅰ）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（Ⅱ）设数列$\left\{b_n\right\}$满足：$b_1=0$，$b_{n+1}+b_n=a_n$，求$\left\{b_n\right\}$的通项公式；

（Ⅲ）在第（Ⅱ）问的条件下，若对于任意的$n\in N^*$，不等式$b_n<\lambda b_{n+1}$恒成立，求实数λ的取值范围；

20. (本题满分 16 分) 已知函数 $f(x)=e^x-ax+\dfrac{1}{2}x^2$,其中$a>-1$.

（Ⅰ）当$a=1$时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）设$h(x)=f(x)+ax-\dfrac{1}{2}x^2-\ln x$，求证：$h(x)>2$；

（Ⅲ）若 $f(x)\geq\dfrac{1}{2}x^2+x+b$ 对于$x\in R$恒成立，求$b-a$的最大值.