哈六中2020届高三线上一模

文科数学试题

满分 150 分，考试时间 120 分钟.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. $(1-i)(3-i)$在复平面内对应的点位于 （　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 设集合 $A=\{x|(x+2)(x-3)\leqslant 0\}$，$B=\{a\}$，若 $A\cup B=A$，则 a 的最大值为 （　　）

A. -2　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 若函数 $f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{3})(\omega>0)$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$，则 $\omega=$ （　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 8

4. 已知函数 $f(x)=x\sqrt{9-x^2}$，则 （　　）

A. $f(1)>f(2)$　　B. $f(x)$的定义域为$[-3,3]$

C. $f(x)$为偶函数　　D. $f(x)$在$[0,3]$上为增函数

5. 已知向量$\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{BC}=(x,-4)$，若 A,B,C 三点共线，则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=$ （　　）

A. 10　　B. 80　　C. -10　　D. -80

6. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为 2，且短轴长为 6，则椭圆 C 的方程为 （　　）

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$　　B. $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{9}=1$　　C. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{35}=1$　　D. $\frac{x^2}{37}+\frac{y^2}{36}=1$

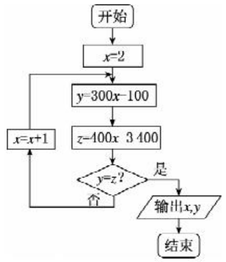
7. 2019 年庆祝中华人民共和国成立 70 周年阅兵式彰显了中华民族从站起来、富起来迈向强起来的雄心壮志. 阅兵式规模之大、类型之全均创历史之最，编组之新、要素之全彰显强军成就. 装备方阵堪称“强军利刃”“强国之盾”，见证着人民军队迈向世界一流军队的坚定步伐. 此次大阅兵不仅得到了全中国人的关注，还得到了无数外国人的关注. 某单位有 6 位外国人，其中关注此次大阅兵的有 5 位，若从这 6 位外国人中任意选取 2 位做一次采访，则被采访者都关注了此次大阅兵的概率为 （　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{5}$

8. 已知 $\theta\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$，且 $\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，则 $\tan\theta=$ （　　）

A. 2　　B. $\frac{4}{3}$　　C. 3　　D. $\frac{12}{5}$

9. 我国古代数学名著《九章算术》里有一个这样的问题：“今有共买金，人出四百，盈三千四百；人出三百，盈一百. 问人数、金价各几何?”为了解决这个问题，某人设计了如图所示的程序框图，运行该程序框图，则输出的 x，y 分别为 （　　）



A. 30，8 900　　B. 31，9 200　　C. 32，9 500　　D. 33，9 800

10. 在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，$PB=PD=2$，$AB=AD=1$，$PC=\sqrt{3}PA=3$，$\angle BAD=120^\circ$，AC 平分$\angle BAD$，则四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的体积为 （　　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\sqrt{6}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

11. 现有下列四条曲线：①曲线 $y=2e^x-2$；②曲线 $y=2\sin x$；③曲线 $y=3x+\frac{1}{x}$；④曲线 $y=x^3-x-2$，则直线 $y=2x$ 与其相切的共有 （　　）

A. 1 条　　B. 2 条　　C. 3 条　　D. 4 条

12. 已知 P 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$左支上一点，$F_1,F_2$ 分别为 C 的左、右焦点，M 为虚轴的一个端点，若$|MP|+|PF_2|$的最小值为$|F_1F_2|$，则双曲线 C 的离心率为 （　　）

A. $2+\sqrt{6}$　　B. $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$　　C. $4+\sqrt{6}$　　D. $\frac{4+\sqrt{6}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分.

13. 若 x,y 满足约束条件$\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant 1,\\ x+2y\leqslant 3,\end{cases}$则 $x-y$ 的最小值为________.

14. 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的 12 条棱中，与平面 BC_1D_1 平行的棱共有________条.

15. 已知 $3^a=12$，$b=2\log_3 2$，现有下列四个结论：①$a=2b$；②$a-b=1$；③$a<2b$；④$a+b<3$. 其中所有正确结论的编号是________.

16. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle B=60^\circ$，$b=\sqrt{3}$，若 $c-2a\leqslant m$ 恒成立，则 m 的最小值为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

在公差为 2 的等差数列$\{a_n\}$中，a_1+1，a_2+2，a_3+4 成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

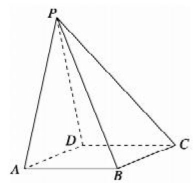
(2)求数列$\{a_n-2^n\}$的前 n 项和 S_n.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形，$\angle DAB=\frac{\pi}{3}$，平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$，$PA=PD=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

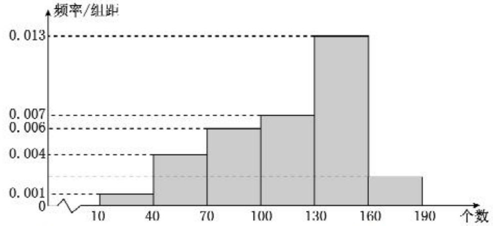
(1)证明：$PB\perp BC$；

(2)求点 A 到平面 PBC 的距离.



19.(本小题满分 12 分)

目之一.今年某小学对本校六年级 300 名学生的一分钟跳绳情况做了统计,发现一分钟跳绳个数最低为 10,最高为 189.现将一分钟跳绳个数分成[10,40),[40,70),[70,100),[100,130),[130,160),[160,190]六组,并绘制出如下的频率分布直方图.



(1)若一分钟跳绳个数达到 160 为优秀,求该校六年级学生一分钟跳绳为优秀的人数;

(2)上级部门要对该校体质监测情况进行复查,发现每组男、女学生人数比例有很大差别,[10,40)组男、女人数之比为 2∶1,[40,70)组男、女人数之比为 5∶1,[70,100)组男、女人数之比为 11∶7,[100,130)组男、女人数之比为 10∶11,[130,160)组男、女人数之比为 19∶20,[160,190]组男、女人数之比为 1∶6.试估计此校六年级男生一分钟跳绳个数的平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表,结果保留整数).

20.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{x^2}{\ln x}$.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若函数 $g(x)=f(x)-a$ 在$[e^{\frac{1}{3}},e^2]$上只有一个零点,求 a 的取值范围.

21.(本小题满分 12 分)

已知以椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点和短轴端点为顶点的四边形恰好是面积为 4 的正方形.

(1)求椭圆 E 的方程;

(2)直线 $l:y=kx+m(k,m\neq0)$与椭圆 E 交于异于椭圆顶点的 A,B 两点,O 为坐标原点,直线 AO 与椭圆 E 的另一个交点为 C 点,直线 l 和直线 AO 的斜率之积为 1,直线 BC 与 x 轴交于点 M.若直线 BC,AM 的斜率分别为 k_1,k_2,试判断 k_1+2k_2 是否为定值,若是,求出该定值;若不是,请说明理由.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请写清题号.

22.(本小题满分 10 分)选修 4—4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=2+2\cos\alpha,\\y=2|\sin\alpha|\end{cases}$($\alpha$ 为参数),直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1+3t,\\y=a+4t\end{cases}$($t$ 为参数).

(1)若 $a=-\frac{4}{3}$,求曲线 C 与直线 l 的普通方程;

(2)若直线 l 与曲线 C 有两个不同的公共点,求 a 的取值范围.

23.(本小题满分 10 分)选修 4—5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+1|-|x+a|$.

(1)若 $a=-1$,求不等式 $f(x)\geqslant-1$ 的解集;

(2)若“$\forall x\in\mathbf{R},f(x)<|2a+1|$”为假命题,求 a 的取值范围.