陕西省西安中学高2020届高三第三次模拟考试

理科数学试题

注意事项：

1、本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在答题卡上。

2、回答第Ⅰ卷时，选出每小题的答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在试卷上无效。

3、回答第Ⅱ卷时，将答案填写在答题卡上，写在试卷上无效。

4、考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷（60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.已知全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{1,3,6\}$，则集合$\{2,7,8\}$是(　　)

A. $A\cup B$　　B. $A\cap B$　　C. $C_U(A\cap B)$　　D. $C_U(A\cup B)$

2.已知复数z的实部不为0，且$|z|=1$，设$\omega=z+\dfrac{1}{z}$，则ω在复平面上对应的点在(　　)

A.实轴上　　B.虚轴上　　C.第三象限　　D.第四象限

3.将$(2-x)^n$的展开式按x的升幂排列，若倒数第三项的系数是-40，则n的值是(　　)

A.4　　B.5　　C.6　　D.7

4．给出下列四个结论：

①对于命题$p:\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1>0$，则$\neg p:\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+x_0+1\le 0$

②“$x=1$”是“$x^2-3x+2=0$”的充分不必要条件；

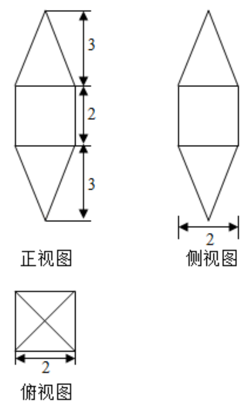
③命题“若$x^2-3x+2=0$，则$x=1$”的逆否命题为：“若$x\ne 1$，则$x^2-3x+2\ne 0$”；

④若命题$p\wedge q$为假命题，则p，q都是假命题；

其中正确结论的个数为（　　）

A·1　　B. 2　　C.　3　　D. 4

5. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）

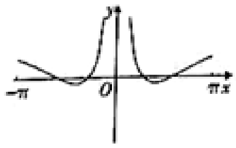


A．$8\sqrt{10}+16$　　B．40　　C．$8+\sqrt{10}+24$　　D．48

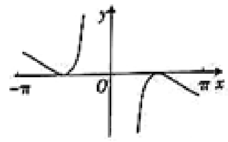
6. 把边长为 **4** 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起，当直线 BD 和平面 ABC 所成的角为 $60°$ 时，三棱锥 $D-ABC$ 的体积为（　　）

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$　　**B.** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$　　**C.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$　　**D.** $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

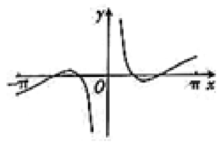
7. 函数 $f(x)=\frac{\ln|x|\cdot\cos x}{x+\sin x}$ 在 $[-\pi,0)\cup(0,\pi]$ 的图象大致为（　　）



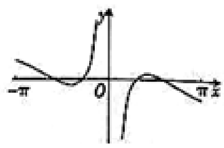
A.



B.



C.



D.

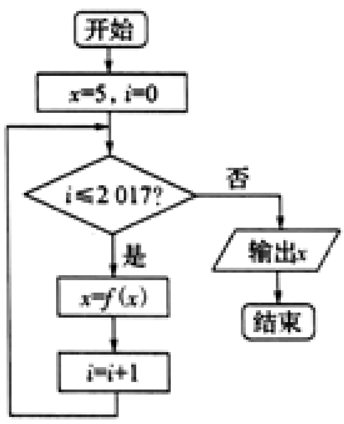
8. 楼道里有 **9** 盏灯，为了节约用电，需关掉 **3** 盏互不相邻的灯，为了行走安全，第一盏和最后一盏不关，则关灯方案的种数为（　　）

A. 10　　B. 15　　C. 20　　D. 24

9. 设函数 $f(x)$ 定义如下表：

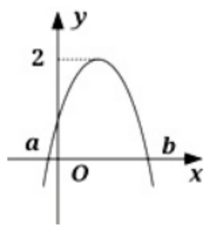
x	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	4	2	5	3

执行如图所示的程序框图，则输出的 x 的值是（　　）



A. 4　　B. 5　　C. 2　　D. 3

10. 函数 $f(x)=A\sin(2x+\varphi)(|\varphi|\le\frac{\pi}{2},A>0)$ 部分图像如图所示，且 $f(a)=f(b)=0$，对不同的 $x_1,x_2\in[a,b]$，若 $f(x_1)=f(x_2)$，有 $f(x_1+x_2)=\sqrt{3}$，则（　　）



A. $f(x)$ 在 $(-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12})$ 上是减函数　B. $f(x)$ 在 $(-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12})$ 上是增函数

C. $f(x)$在（$\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}$）上是减函数　　D. $f(x)$在（$\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}$）上是增函数

11. 过抛物线 C: $y^2=2px(p>0)$的焦点 F 作斜率为$\dfrac{4}{3}$的直线 l 与 C 及其准线分别相交于 A,B,D 三点，则$\dfrac{|AD|}{|BD|}$的值为(　　)

A．2 或 $\frac{1}{2}$　　B．3 或 $\frac{1}{3}$　　C．1　　D．4 或 $\frac{1}{4}$

12. 已知命题 p：$f(x)=x^2-\ln x+ax$在区间$[1,+\infty)$上存在单调递减区间；命题 q：函数 $g(x)=x^2-x+ae^{-2x}$，且$g(x)+g'(x)-\dfrac{5}{2}=0$有三个实根. 若$\neg p\wedge q$为真命题，则实数 a 的取值范围是：(　　)

A. $\left(0,\dfrac{5}{2}e^{-6}\right)$　　B. $\left(-\dfrac{3}{2}e^{2},\ -1\right]$　　C. $\left[-1,\dfrac{5}{2}e^{-6}\right)$　　D. $[-1,+\infty)$

第Ⅱ卷（90 分）

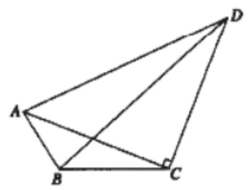
本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题—第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22 题、第 23 题为选考题，考生根据要求作答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分. 把答案填在答题卡上的相应位置.

13. 若实数 x,y 满足不等式组$\begin{cases} y\le x \\ x+2y\ge 3 \\ 2x+y\ge 6 \end{cases}$，则 $z=\dfrac{1+y}{x}$ 的最大值为__________.

14. 已知向量$\overrightarrow{AB}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\overrightarrow{BC}=(\cos\beta,\sin\beta)$，$\overrightarrow{CA}=(\cos\gamma,\sin\gamma)$，其中$0<\alpha<\beta<\gamma<2\pi$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$的值是__________.

15. 已知三棱锥$S-ABC$中，$SA\perp$面 ABC,且 SA=6,AB=4, $BC=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=30^0$,则该三棱锥的外接球的表面积为__________.



16. 如图平面四边形$ABCD$的对角线的交点位于四边形的内部，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$，$AC=CD$，$AC\perp CD$，当$\angle ABC$变化时，对角线BD的最大值为__________.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

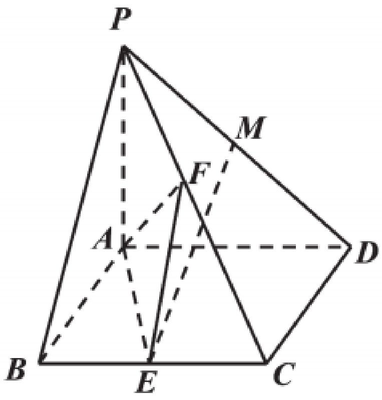
17. （本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$满足：$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=2b_n(n\in N^*)$，且$\{a_n\}$为正项等比数列，$a_1=2$，$b_3=b_2+4$.

（1）求数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\{c_n\}$满足$c_n=\dfrac{1}{\log_2 a_n\log_2 a_{n+1}}(n\in N^*)$，$T_n$为数列$\{c_n\}$的前 n 项和，证明：$T_n<1$.

18.（本小题满分 12 分）



如图所示，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，且 $PA\perp$平面 $ABCD$，$\angle ABC=60^\circ$， E 是 BC 中点， F 是 PC 上的点

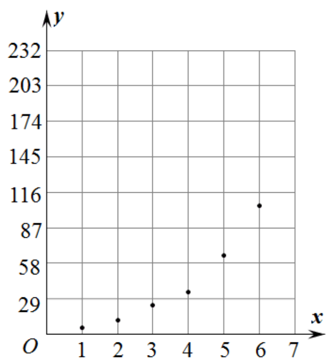
（1）求证：平面 $AEF\perp$平面 PAD；

（2）若 M 是 PD 的中点，当 $AB=AP$ 时，是否存在点 F，使直线 EM 与平面 AEF 的所成角的正弦值为 $\frac{1}{5}$？若存在，请求出 $\frac{PF}{PC}$ 的值；若不存在，请说明理由.

19.（本小题满分 12 分）

近期，西安公交公司分别推出支付宝和微信扫码支付乘车活动，活动设置了一段时间的推广期，由于推广期内优惠力度较大，吸引越来越多的人开始使用扫码支付．某线路公交车队统计了活动刚推出一周内每一天使用扫码支付的人次，x 表示活动推出的天数，y 表示每天使用扫码支付的人次（单位：十人次），统计数据如表 1 所示：

x	1	2	3	4	5	6	7
y	6	11	21	34	66	101	196



根据以上数据，绘制了散点图．

（1）根据散点图判断，在推广期内，$y=a+bx$ 与 $y=c\cdot d^x$（c,d 均为大于零的常数），哪一个适宜作为扫码支付的人次 y 关于活动推出天数 x 的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）；

（2）根据（1）的判断结果及表 1 中的数据，建立 y 与 x 的回归方程，并预测活动推出第 8 天使用扫码支付的人次；

（3）推广期结束后，车队对乘客的支付方式进行统计，结果如下表 2：

支付方式	现金	乘车卡	扫码
比例	10%	60%	30%

西安公交六公司车队为缓解周边居民出行压力，以 80 万元的单价购进了一批新车，根据以往的经验

可知，每辆车每个月的运营成本约为0.66万元．已知该线路公交车票价为2元，使用现金支付的乘客无优惠，使用乘车卡支付的乘客享受8折优惠，扫码支付的乘客随机优惠，根据统计结果得知，使用扫码支付的乘客中有$\frac{1}{6}$的概率享受7折优惠，有$\frac{1}{3}$的概率享受8折优惠，有$\frac{1}{2}$的概率享受9折优惠．预计该车队每辆车每个月有1万人次乘车，根据所给数据以事件发生的频率作为相应事件发生的概率，在不考虑其它因素的条件下，按照上述收费标准，假设这批车需要n（$n\in N_+$）年才能开始盈利，求n的值．

参考数据：

$\overline{y}$	$\overline{v}$	$\sum_{i=1}^{7}x_iy_i$	$\sum_{i=1}^{7}x_iv_i$	$10^{0.54}$
62.14	1.54	2535	50.12	3.47

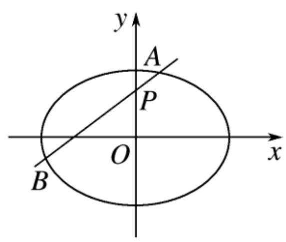
其中其中$v_i=\lg y_i$，$\overline{v}=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}v_i$，

参考公式：

对于一组数据(u_1,v_1)，(u_2,v_2)，…，(u_n,v_n)，其回归直线$\overline{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\overline{u}\cdot\overline{v}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^{\ 2}-n\overline{u}^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}$．

20.（本小题满分 12 分）

如图，椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率是$\frac{\sqrt{2}}{2}$，过点$P(0,1)$的动直线$l$与椭圆相交于$A,B$两点，当直线$l$平行于$x$轴时，直线$l$被椭圆$E$截得的线段长为$2\sqrt{2}$.



(1)求椭圆E的方程；

(2)在平面直角坐标系xOy中，是否存在与点P不同的定点Q，使得$\frac{|QA|}{|QB|}=\frac{|PA|}{|PB|}$恒成立？若存在，求出点$Q$的坐标；若不存在，请说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=a\ln x+x^b(a\neq 0)$.

（1）当 b=2 时，讨论函数$f(x)$的单调性；

（2）当$a+b=0,b>0$时，对任意$x_1,x_2\in[\frac{1}{e},\mathrm{e}]$，都有$\left|f(x_1)-f(x_2)\right|\le e-2$成立，求实数 b 的取值范围；

请考生在第 22、23 题中任选一题作答.注意：只能做所选定的题目，如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时，请用 2B 铅笔在答题卡上，将所选题号对应的方框涂黑.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = m + \dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ （t 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，椭圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2\cos^2\theta + 3\rho^2\sin^2\theta = 48$，其左焦点 F 在直线 l 上.

（1）若直线 l 与椭圆 C 交于 A，B 两点，求 $|FA| + |FB|$ 的值；

（2）求椭圆 C 的内接矩形面积的最大值.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+1|$.

（1）解不等式 $f(x) > 3 - |x+2|$；

（2）已知 $a > 0, b > 0,$ 且 $a + 2b = \sqrt{2}$，求证：$f(\mathrm{x}) - |\mathrm{x}| \leq \sqrt{a^2 + 4b^2}$