高 2020 届高考模拟试题

数学试卷解析（文科）

（时间：**120** 分钟　　满分：**150** 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．每小题只有一个正确选项．

1．已知集合 $A=\{x\mid x<1\},B=\{x\mid (x+1)(x-2)<0\}$，则 $A\bigcap B=$

(A) $[-1,1)$　　(B) $(-1,2)$　　(C) $(-1,1)$　　(D) $(-\infty,2)$

解析：选 C，易知 $B=(-1,2)$，故 $A\bigcap B=(-1,1)$

2．设 i 为虚数单位，复数 z 满足 $(2-\mathrm{i})z=5$，则 $z=$

(A) $2+\mathrm{i}$　　(B) $2-\mathrm{i}$　　(C) $-2+\mathrm{i}$　　(D) $-2-\mathrm{i}$

解析：选 A，易知 $z=\dfrac{5}{2-\mathrm{i}}=2+\mathrm{i}$.

3．在△ ABC 中，角 A，B，C 所对的边为 a，b，c，已知 $a=7,c=3,A=\dfrac{2\pi}{3}$，则 $b=$

(A) 4　　(B) 5　　(C)8　　(D) 5 或 8

解析：选 B，由余弦定理：$b^2+c^2-2bc\cos A=a^2$，即 $b^2+3b-40=0$，解之得 $b=5$.

4．下列函数中既不是奇函数，也不是偶函数的是

(A) $y=x^3-x$　　(B) $y=\mathrm{e}^{|x|}$　　(C) $y=|\ln x|$　　(D) $y=\sin x$

解析：选 C， 由奇偶性的定义可知，(A) (D)是奇函数，(B)是偶函数，(C)既不是奇函数也不是偶函数.

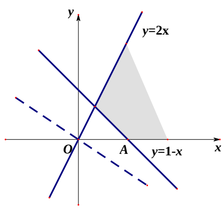
5．设实数 x,y 满足条件 $\begin{cases}2x-y\ge 0,\\ x+y\ge 1,\\ y\ge 0,\end{cases}$ 则 $2x+3y$ 的最小值为

(A) 2　　(B) $\dfrac{8}{3}$　　(C) 4　　(D) 5

解析：选 A，作出可行域如图，设 $z=2x+3y$，

即 $y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}z$，当直线 $y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}z$ 经过点 $A(1,0)$时，

截距最小，此时 $2x+3y=2$.



6．若 $-5<x<-1$，则函数 $f(x)=\dfrac{x^2+2x+2}{2x+2}$ 有

(A)最小值 1　　(B)最大值 1　　(C) 最小值－1　　(D) 最大值－1

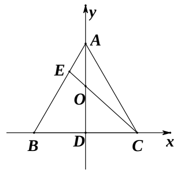
解析： 选 D，由于 $f(x)=\dfrac{(x+1)^2+1}{2(x+1)}=\dfrac{1}{2}[(x+1)+\dfrac{1}{x+1}]$，根据题意 $-4<x+1<0$，故由均值不等式 $f(x)\le\dfrac{1}{2}\times(-2)=-1$，当且仅当 $x+1=-1$ 即 $x=-2$ 时取等.

7．已知函数 $f(x)=x+\sin x$，若 $a=f(\sqrt{3}),b=f(2),c=f(\log_2 5)$，则 a,b,c 的大小关系是

(A) $c<b<a$ (B) $b<c<a$ (C) $a<c<b$ (D) $a<b<c$

解析： 选 D，由于 $f'(x)=1+\cos x\geq 0$，则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，又 $\sqrt{3}<2<\log_2 5$，从而 $a<b<c$.

8．在正三角形 ABC 中，AB=2，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$，



且 AD 与 CE 相交于点 O，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=$

(A) $-\frac{4}{5}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{1}{2}$

解析： 选 B，如图，设 $A(0,\sqrt{3}),C(1,0)$，由坐标法可求解出 $O(0,\frac{\sqrt{3}}{2})$，从而 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=-\frac{3}{4}$.

9．《九章算术》是我国的数学名著，书中有如下问题：今有蒲（水生植物名）生长一日，长为三尺；莞（植物名）生长一日，长为一尺.蒲的生长逐日减半，莞的生长逐日增加一倍.问当蒲和莞长度相等时，其长度是

(A) 五尺 (B) 六尺 (C)七尺 (D) 八尺

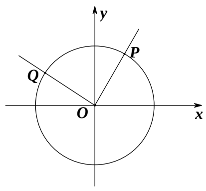
解析： 选 A，设蒲和莞每日生长长度分别构成等比数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，其前 n 项和分别为 A_n,B_n，则 $A_n=\frac{3(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}},B_n=\frac{2^n-1}{2-1}$，令 $A_n=B_n$，化简得 $2^n=6$，所以 $n=\log_2 6$，此时 $A_n=B_n=5$

10．已知函数 $f(x)=2\sin\omega x\cos\omega x-\sqrt{3}(2\cos^2\omega x-1)(\omega>0)$ 在区间 $(0,\frac{\pi}{2})$ 内有且只有一个极值点，则 ω 的取值范围是

(A) $(0,\frac{5}{6})$ (B) $(0,\frac{11}{6}]$ (C) $[\frac{5}{6},\frac{11}{6}]$ (D) $(\frac{5}{6},\frac{11}{6}]$

解析： 选 D，注意到 $f(x)=2\sin(2\omega x-\frac{\pi}{3})$，由 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 得，$-\frac{\pi}{3}<2\omega x-\frac{\pi}{3}<\omega\pi-\frac{\pi}{3}$，根据题意，$\frac{\pi}{2}<\omega\pi-\frac{\pi}{3}\leq\frac{3\pi}{2}$，即 $\frac{5}{6}<\omega\leq\frac{11}{6}$.

11．如图，点 P 为单位圆上一点，$\angle xOP=\frac{\pi}{3}$，点 P 沿单位圆逆时针方向旋转角 α 到点 $Q(-\frac{4}{5},\frac{3}{5})$，则 $\cos\alpha=$



(A) $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$ (B) $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$

(C) $\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$ (D) $-\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$

解析： 选 B，由三角函数的定义可知 $\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=-\frac{4}{5},\sin(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\frac{3}{5}$，

故 $\cos\alpha=\cos((\frac{\pi}{3}+\alpha)-\frac{\pi}{3})=-\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$.

12．函数 $f(x)=\ln x-\frac{a(x-1)}{x+1}$ 有三个零点，则实数 a 的取值范围是

（A）$(0,2)$　　（B）$(2,\mathrm{e})$　　（C）$(\mathrm{e},+\infty)$　　（D）$(2,+\infty)$

解析：选 D，$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{2a}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2(1-a)x+1}{x(x+1)^2}$，其中 $x>0$，令 $u(x)=x^2+2(1-a)x+1$，当 $a\le 2$ 时，$u(x)\ge 0$，从而 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，至多一个零点；当 $a>2$ 时，此时 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1<1<x_2$，并且 $f(x)$ 在 $(0,x_1)$ 单调递增，在 (x_1,x_2) 单调递减，在 $(x_2,+\infty)$ 单调递增，注意到 $f(1)=0$，故 $f(x_1)>f(1)=0>f(x_2)$，

又因为 $x\to 0, f(x)\to-\infty, x\to+\infty, f(x)\to+\infty$，故此时函数 $f(x)$ 有三个零点，符合题意.

二、填空题：本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13．函数 $f(x)=(x-1)\mathrm{e}^x$ 的图象在 $(1,0)$ 处的切线为 $y=ax+b$，则 $a+b$ 的值为_____ .

答案：0；

解析：由 $f'(x)=x\cdot\mathrm{e}^x$ 得，$f'(1)=\mathrm{e}$，而 $f(1)=0$，故切线 $y=\mathrm{e}(x-1)$，

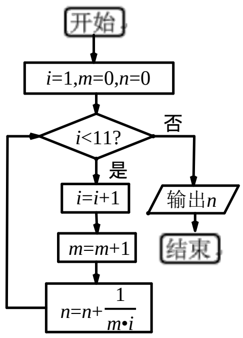
从而 $a=\mathrm{e}, b=-\mathrm{e}$，即 $a+b=0$.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,0)$，若向量 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与向量 $\boldsymbol{c}=(1,-2)$共线，则实数 λ 等于_______.

答案：－1；

解析：$\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(\lambda+2,2\lambda)$，由共线可得：$-2(\lambda+2)=2\lambda$，即 $\lambda=-1$.

15．如图是一个算法的程序框图，该算法输出的结果是_________.



答案：$\frac{10}{11}$；

解析：通过计算，执行第 10 次循环时，

$i=11, m=10, n=1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$，

不满足判断框内的条件，此时输出 $\frac{10}{11}$.

16．在△ABC 中，$2AB=3AC$，AD 是∠BAC 的角平分线，设 $AD=mAC$，则实数 m 的取值范围是_____________.

答案：$(0,\frac{6}{5})$；

解析：设 $AB=3t, AC=2t$，$\angle BAD=\angle CAD=\alpha$，由 $S_{\Delta BAD}+S_{\Delta CAD}=S_{\Delta BAC}$ 得：

$\frac{1}{2}\cdot 3t\cdot 2mt\cdot\sin\alpha+\frac{1}{2}\cdot 2t\cdot 2mt\cdot\sin\alpha=\frac{1}{2}\cdot 3t\cdot 2t\cdot\sin 2\alpha$，化简得 $m=\frac{6}{5}\cos\alpha$，由于 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，

故 $m\in(0,\frac{6}{5})$.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17. （本小题满分 12 分）

已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，公比为q，等差数列$\{b_n\}$中，$b_1=3$，且$\{b_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_3+S_3=27$，$q=\dfrac{S_2}{a_2}$．

（Ⅰ）求$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）已知$c_n=a_n\cdot b_n$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和T_n．

解析：（I）设数列$\{b_n\}$的公差为d，由已知可得：

$$\begin{cases} a_3+S_3=27, \\ q=\dfrac{S_2}{a_2}, \end{cases} \quad 故 \begin{cases} q^2+3d=18, \\ 6+d=q^2, \end{cases}$$ ……………………………………………………3 分

而$a_n>0$，解之得$q=3,d=3.$

所以$a_n=3^{n-1},b_n=3n$．……………………………………………………………………6 分

（Ⅱ）由（I）知$c_n=n\cdot 3^n$

$T_n=1\times 3^1+2\times 3^2+\cdots+n\cdot 3^n$，①

$3T_n=\qquad 1\times 3^2+\cdots+(n-1)\cdot 3^n+n\cdot 3^{n+1}$，②…………………………………… …………9 分

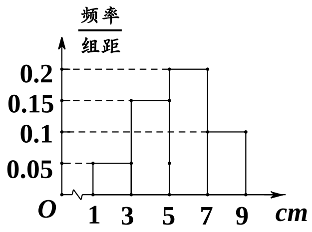
由①-②可得：$-2T_n=3^1+3^2+\cdots+3^n-n\cdot 3^{n+1}=\dfrac{3(1-3^n)}{1-3}-n\cdot 3^{n+1}$

化简得$T_n=\dfrac{(2n-1)3^{n+1}+3}{4}$ ……………………………………………………………… 12 分

18. （本小题满分 12 分）

2019 年 9 月，联合国最高环保荣誉“地球卫士奖”中的“激励与行动奖”颁发给了中国互联网环保项目“蚂蚁森林”，以鼓励中国人在生态保护中取得的巨大进展。由于植物沙棘具有耐旱、耐碱、防水土流失的优点，已通过“蚂蚁森林”在全国多地区推广种植。某农科所技术人员为了了解某批沙棘的生长情况，在该批幼苗中随机抽取了容量为 120 的样本，一年后测量幼苗的高度（单位：cm）. 经统计，高度均在区间$[1,9]$内，将其按$[1,3),[3,5),[5,7),[7,9]$分成 4 组，制成如图的频率分布直方图，其中高度不低于 5cm 的树苗为优质树苗，可以安全越冬，高度低于 3cm 的树苗为劣质树苗，其存活率最低.

注：用频率作为概率的估计值.



（Ⅰ）试估计**该批沙棘**一年后的生长高度的平均数；

（Ⅱ）网友甲的“蚂蚁森林”的能量值可以种植 3 棵沙棘，网友乙的“蚂蚁森林”的能量值可以种植 2 棵沙棘，技术人员从**该批沙棘**中随机抽取了 5 棵幼苗，再从这 5 棵幼苗中随机抽取了 3 棵为网友甲进行种植，剩下 2 棵为网友乙进行种植，求一年后网友甲种值的优质树苗至少有 2 棵的概率.

解析：(I）根据频率分布直方图，该批沙棘一年后的生长高度的平均数为

$2\times0.1+4\times0.3+6\times0.4+8\times0.2=5.4$ cm ……………………………………………………3 分

（Ⅱ）记“一年后网友甲种值的优质树苗至少有 2 棵”为事件 A，

根据频率分布直方图，该批沙棘幼苗中优质树苗的概率为$\frac{3}{5}$，故技术人员从随机抽取的 5 棵幼苗中，有 3 棵是优秀树苗.

从 5 棵幼苗中选取 3 棵共包含 10 个基本事件，……………………………………6 分

3 棵幼苗中优质树苗至少有 2 棵包含 7 个基本事件，………………………………9 分

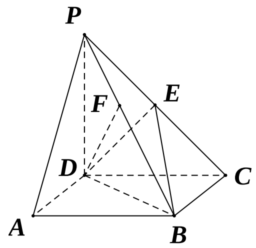
故一年后网友甲种值的优质树苗至少有 2 棵的概率 $P(A)=\frac{7}{10}$ ……………………… 12 分

19. （本小题满分 12 分）

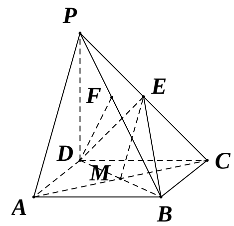
如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，$PD\perp$平面 $ABCD$， E 是棱 PC 上的一点，满足 $PA/\!/$平面 BDE.

（Ⅰ）证明 $PE=EC$；

（Ⅱ）设 $PD=AD=BD=1$， $AB=\sqrt{2}$，若 F 为棱 PB 上一点，使得直线 DF 与平面 $ABCD$ 所成角的大小为60°，求三棱锥 $F\text{-}BDE$ 的体积.



解析：(Ⅰ）如图，连接 AC 交 BD 于点 M，连接 EM，



则 EM 是平面 PAC 与平面 BDE 的交线 ……………………………… 1 分

因为 $PA/\!/$平面 BDE，故 $PA/\!/EM$，

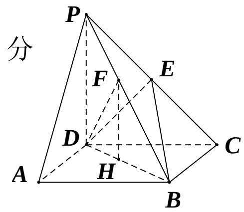
又因为 M 是 AC 的中点，所以 E 是 PC 的中点，

故 $PE=EC$.……………………………………………………………… 4 分

（Ⅱ）在平面 PDB 上过点 F 作 $FH\perp BD$ 于 H，则 $FH/\!/PD$,

由于 $PD\perp$平面 $ABCD$，故 $FH\perp$平面 $ABCD$

从而$\angle FDB$ 即为直线 DF 与平面 $ABCD$ 所成角，即$\angle FDB=60^\circ$ ………6 分



$\therefore \dfrac{V_{E-BFD}}{V_{E-BPD}}=\dfrac{S_{\Delta BFD}}{S_{\Delta BPD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$

由条件可知， $AD^2+BD^2=AB^2$，所以 $AD\perp BD$，即 $CB\perp BD$

因为 E 是 PC 的中点，从而$V_{E-PDB}=\dfrac{1}{2}V_{C-PDB}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{12}$

$\therefore V_{F-BDE}=V_{E-BDF}=\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{12}=\dfrac{3-\sqrt{3}}{24}$ ……………………………………………… 12 分

20. （本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{1}{2}x^2+ax$，其中 $a\le -\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）设 $f(x)$的极大值点为 x_1，极小值点为 x_2，求 $f(x_1)-f(x_2)$ 的取值范围.

解析：（Ⅰ）由题意 $f'(x)=\frac{1}{x}+x+a=\frac{x^2+ax+1}{x}$， ………………………………………… 1 分

当 $a\le -\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 时，△＝$a^2-4=\frac{4}{3}>0$，从而 $x^2+ax+1=0$ 有两个不等实根，

设 $x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-4}}{2}$， $x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-4}}{2}$，则 $0<x_1<1<x_2$， ………………………… 2 分

且当 $x\in(0,x_1)$ 或 $(x_2,+\infty)$ 时， $f'(x)>0$，当 $x\in(x_1,x_2)$ 时， $f'(x)<0$，

所以 $f(x)$在区间 $(0,x_1)$ 和 $(x_2,+\infty)$ 单增，在 (x_1,x_2) 单减；………………………………… 4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $x_1+x_2=-a$， $x_1x_2=1$， $x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-4}}{2}$， $x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-4}}{2}$ 即为 $f(x)$的极大值点和极小值点， ………………………………………………………………… 5 分

而 $a\le -\frac{4\sqrt{3}}{3}$，故 $x_1\le\frac{\sqrt{3}}{3}$， $x_2\ge\sqrt{3}$， ……………………………………………………6 分

于是 $f(x_1)-f(x_2)$ ＝ $(\ln x_1+\frac{1}{2}x_1^2+ax_1)-(\ln x_2+\frac{1}{2}x_2^2+ax_2)$ ＝ $\ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)+a(x_1-x_2)$

$$=\ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)-(x_1-x_2)(x_1+x_2)$$

$$=\ln\frac{x_1}{x_2}-\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)=\ln\frac{x_1}{x_2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{x_1^2-x_2^2}{x_1x_2},$$

记 $t=\frac{x_1}{x_2}\in(0,\frac{1}{3}]$，则 $f(x_1)-f(x_2)$ ＝ $\ln t-\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})$， ……………………………………9 分

设 g(t)＝ $\ln t-\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})$， $t\in(0,\frac{1}{3}]$，则 $g'(t)=\frac{1}{t}-\frac{1}{2}(1+\frac{1}{t^2})$ ＝ $-\frac{(t-1)^2}{2t^2}\le 0$，即 $g(t)$ 在 $(0,\frac{1}{3}]$ 上单减，故 $g(t)\ge g(\frac{1}{3})=\ln\frac{1}{3}-\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-3)=\frac{4}{3}-\ln 3$，

从而 $f(x_1)-f(x_2)$ 的取值范围为 $[\frac{4}{3}-\ln 3,+\infty)$. ……………………………………… 12 分

21. （本小题满分 12 分）

已知 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$ 是椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ($a>b>0$)的左，右焦点，P 是椭圆 C 上一点，

且 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}+|\overrightarrow{PF_1}|\cdot|\overrightarrow{PF_2}|=6$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程;

（Ⅱ）设 A，B 为椭圆 C 上的点，若 $\overrightarrow{PF_1}=2\overrightarrow{F_1A}$，$\overrightarrow{PF_2}=\lambda\overrightarrow{F_2B}$，求 λ 的值.

解析:（Ⅰ）法 1:（直接将条件坐标化）设点 $P(x,y)$，则由 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}+|\overrightarrow{PF_1}|\cdot|\overrightarrow{PF_2}|=6$ 可得:

$(x+1)(x-1)+y^2+\sqrt{(x+1)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+y^2}=6$

化简整理得椭圆 C 的标准方程是: $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ……………………………………………5 分

法 2: 在△PF_1F_2 中，余弦定理 $6=\dfrac{|\overrightarrow{PF_1}|^2+|\overrightarrow{PF_2}|^2-|F_1F_2|^2}{2}+|\overrightarrow{PF_1}|\cdot|\overrightarrow{PF_2}|=\dfrac{(|\overrightarrow{PF_1}|+|\overrightarrow{PF_2}|)^2-4}{2}$,

得 $|\overrightarrow{PF_1}|+|\overrightarrow{PF_2}|=4>2=|F_1F_2|$.故 $a=2,c=1,b^2=3$,

从而椭圆 C 的标准方程是: $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ ……………………………………………………5 分

（Ⅱ）设 $P(x_0,y_0)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，PA: $x=my-1$,

代入椭圆 C: $3x^2+4y^2=12$ 得 $(3m^2+4)y^2-6my-9=0$,

由 $\overrightarrow{PF_1}=2\overrightarrow{F_1A}$ 得，$y_0=-2y_1$,

从而 $y_1+y_0=\dfrac{6m}{3m^2+4}=-y_1$，$y_1y_0=\dfrac{-9}{3m^2+4}=-2y_1^2$,

消去 y_0 得 $\dfrac{36m^2}{(3m^2+4)^2}=\dfrac{9}{2(3m^2+4)}$，从而 $m^2=\dfrac{4}{5}$，$y_1^2=\dfrac{45}{64}$，$y_0^2=4y_1^2=\dfrac{45}{16}$，$x_0^2=\dfrac{1}{4}$,

不妨设 $y_0=\dfrac{3\sqrt5}{4}$，则结合图形得 $x_0=\dfrac{1}{2}$，即 $P(\dfrac{1}{2},\dfrac{3\sqrt5}{4})$，………………………………8 分

于是 PF_2 的斜率 $k_2=-\dfrac{3\sqrt5}{2}$，从而直线 PF_2 为 $x=-\dfrac{2}{3\sqrt5}y+1$,

代入 $3x^2+4y^2=12$ 得 $3(1-\dfrac{2}{3\sqrt5}y)^2+4y^2=12$，即 $\dfrac{64}{15}y^2-\dfrac{4}{\sqrt5}y-9=0$,

于是 $\dfrac{3\sqrt5}{4}\cdot y_2=-\dfrac{15\times9}{64}$，解得 $y_2=-\dfrac{9\sqrt5}{16}$，从而 $\lambda=-\dfrac{y_0}{y_2}=\dfrac{3\sqrt5}{4}\cdot\dfrac{16}{9\sqrt5}=\dfrac{4}{3}$,

∴ $\lambda=\dfrac{4}{3}$ 为所求. ……………………………………………………………………… 12 分

（二）选考题：共 10 分，请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22．选修 4-4：坐标系与参数方程（10 分）

在平面直角坐标系中，直线 l 过点 $P(1,2)$，且倾斜角为 α，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$.以直角坐标系的原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为

$\rho^2(3+\sin^2\theta)=12$.

（Ⅰ）写出直线 l 的参数方程和曲线 C 的直角坐标方程，并判断曲线 C 是什么曲线；

（Ⅱ）设直线 l 与曲线 C 相交于 M,N 两点，当 $|PM|\cdot|PN|=2$ 时，求 α 的值.

解析：（Ⅰ）直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha,\\ y=2+t\sin\alpha,\end{cases}(t为参数)$，…………………………2 分

由于 $\rho^2=x^2+y^2,\rho\sin\theta=y$，所以曲线 C 的直角坐标方程为 $3x^2+4y^2=12$，

即 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，故曲线 C 是焦点在 x 轴上的椭圆. ………………………………………5 分

（Ⅱ）将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的直角坐标方程，整理得:

$(3\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha)t^2+(6\cos\alpha+16\sin\alpha)t+7=0$，…………………………………………7 分

设 M，N 对应的参数分别为 t_1,t_2，

则 $|PM|\cdot|PN|=t_1\cdot t_2=\frac{7}{3\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha}=2$，解之得 $\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$

又 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ ………………………………………………………… 10 分

23．选修 4-5：不等式选讲（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+2a|+|x-a|$

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\geq 4-|x+2|$ 的解集；

（Ⅱ）设 $a>0,b>0$，且 $f(x)$ 的最小值是 t.若 $t+3b=3$，求 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的最小值.

解析：（Ⅰ）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+2|+|x-1|$，

原不等式可化为 $2|x+2|+|x-1|\geq 4$ ①

当 $x\leq -2$ 时，不等式①可化为 $-2x-4-x+1\geq 4$，解得 $x\leq -\frac{7}{3}$；

当 $-2<x<1$ 时，不等式①可化为 $2x+4-x+1\geq 4$，解得 $-1\leq x<1$；

当 $x\geq 1$ 时，不等式①可化为 $2x+4+x-1\geq 4$，解得 $x\geq 1$，

综上，原不等式的解集为 $(-\infty,-\frac{7}{3}]\cup[-1,+\infty)$ …………………………………5 分

（Ⅱ）根据题意，$f(x)=|x+2a|+|x-a|\geq|(x+2a)-(x-a)|=3a$，故 $t=3a$.

所以 $3a+3b=3$，即 $a+b=1$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯8 分

故 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})\cdot(a+b)=3+\frac{b}{a}+\frac{2a}{b}\geq 3+2\sqrt{2}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯9 分

当且仅当 $\frac{b}{a}=\frac{2a}{b}$，即 $a=\sqrt{2}-1,b=2-\sqrt{2}$ 时，$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 取得最小值 $3+2\sqrt{2}$ ⋯⋯⋯⋯ 10 分