学校________ 班级________ 姓名________ 考号________

密封线内不要答题

驻马店市2019～2020学年度第一学期高三年级期末统一考试

数学（理科）

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分．考试时间120分钟．
2. 请将各题答案填写在答题卡上．
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容．

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 若 $z=\dfrac{i^{2020}+3i}{1+i}$，则 z 的虚部是

A. i　　B. $2i$　　C. -1　　D. 1

2. 已知集合 $A=\{x|y=\sqrt{2-x^2}\}$，$B=\{x|\dfrac{x-2}{x+1}\leqslant 0\}$，则 $A\cap B=$

A. $(-1,\sqrt{2}]$　　B. $[-1,\sqrt{2}]$

C. $[-1,2]$　　D. $[-\sqrt{2},2]$

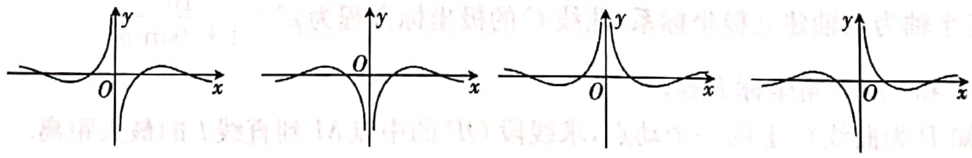
3. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，当 $x\in(-1,0)$ 时，$f(x)=3^x+\dfrac{4}{3}$，则 $f(\log_3\dfrac{3}{2})=$

A. -2　　B. 2　　C. -3　　D. 3

4. $\cos 350°\sin 70°-\sin 170°\sin 20°=$

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

5. 函数 $f(x)=\dfrac{\cos x}{\ln(\sqrt{x^2+1}-x)}$ 的部分图象大致为



A　　B　　C　　D

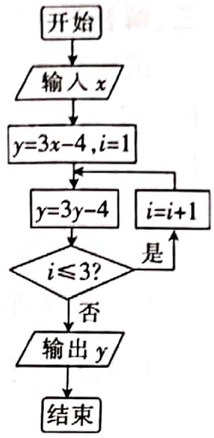
6. 在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $4b\cos B\sin C=\sqrt{3}c$，则 $B=$

A. $\dfrac{\pi}{6}$ 或 $\dfrac{5\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{6}$ 或 $\dfrac{\pi}{3}$

7. 将函数 $f(x)=\sin(3x+\dfrac{\pi}{6})$ 的图象向右平移 $m(m>0)$ 个单位长度，再将图象上各点的横坐标伸长到原来的6倍（纵坐标不变），得到函数 $g(x)$ 的图象．若 $g(x)$ 为奇函数，则 m 的最小值为

A. $\dfrac{\pi}{9}$　　B. $\dfrac{\pi}{18}$　　C. $\dfrac{2\pi}{9}$　　D. $\dfrac{\pi}{24}$

8. 明代数学家程大位(1533～1606 年),有感于当时筹算方法的不便,用其毕生心血写出《算法统宗》,可谓集成计算的鼻祖. 如图所示的程序框图的算法思路源于其著作中的“李白沽酒”问题. 执行该程序框图,若输出的 y 的值为 2,则输入的 x 的值为



A. $\frac{7}{4}$

B. $\frac{56}{27}$

C. 2

D. $\frac{164}{81}$

9. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右顶点分别是 A,B,双曲线的右焦点 F 为$(2,0)$,点 P 在过 F 且垂直于 x 轴的直线 l 上,当$\triangle ABP$ 的外接圆面积达到最小时,点 P 恰好在双曲线上,则该双曲线的方程为

A. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$　　B. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　C. $\frac{x^2}{3}-y^2=1$　　D. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$

10. 点 O 在$\triangle ABC$ 所在的平面内,$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$,$|\overrightarrow{AB}|=2$,$|\overrightarrow{AC}|=1$,$\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$,且 $4\lambda-\mu=2(\mu\neq0)$,则$|\overrightarrow{BC}|=$

A. $\frac{7}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$　　C. 7　　D. $\sqrt{7}$

11. 有一圆柱状有盖铁皮桶(铁皮厚度忽略不计),底面直径为 20 cm,高度为 100 cm,现往里面装直径为 10 cm 的球,在能盖住盖子的情况下,最多能装

(附:$\sqrt{2}\approx1.414$,$\sqrt{3}\approx1.732$,$\sqrt{5}\approx2.236$)

A. 22 个　　B. 24 个　　C. 26 个　　D. 28 个

12. 已知函数 $f(x)=\ln x-2ax$,$g(x)=\frac{4ax^2}{\ln x}-2x$,若方程 $f(x)=g(x)$恰有三个不相等的实根,则 a 的取值范围为

A. $(0,\mathrm{e}]$　　B. $(0,\frac{1}{2\mathrm{e}})$　　C. $(\mathrm{e},+\infty)$　　D. $(0,\frac{1}{\mathrm{e}})$

第Ⅱ卷

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 抛物线 $y=\frac{1}{12}x^2$ 的焦点坐标为___▲___.

14. $(x^2+2)(x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中的常数项为___▲___.

15. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,E 是正方形 BB_1C_1C 的中心,M 为 C_1D_1 的中点,过 A_1M 的平面 α 与直线 DE 垂直,则平面 α 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得的截面面积为___▲___.

16. 某部队在训练之余,由同一场地训练的甲、乙、丙三队各出三人,组成 3×3 小方阵开展游戏,则来自同一队的战士既不在同一行,也不在同一列的概率为___▲___.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每道试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.(12 分)

已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{1}{2a_1-5}+\frac{2}{2a_2-5}+\frac{3}{2a_3-5}+\cdots+\frac{n}{2a_n-5}=\frac{n}{3}$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

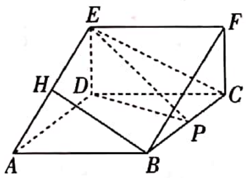
(2)设数列$\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\}$的前 n 项和为 T_n，证明：$\frac{1}{22}\leqslant T_n<\frac{1}{6}$.

18.(12 分)

如图，在三棱柱 $ADE-BCF$ 中，$ABCD$ 是边长为 2 的菱形，且$\angle BAD=60^\circ$，$CDEF$ 是矩形，$ED=1$，且平面 $CDEF\perp$平面 $ABCD$，P 点在线段 BC 上移动(P 不与 C 重合)，H 是 AE 的中点.

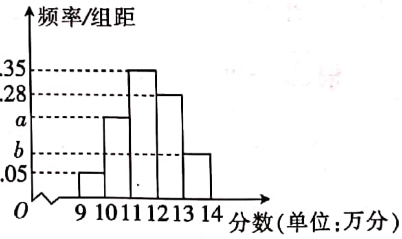
(1)当四面体 $EDPC$ 的外接球的表面积为 5π 时，证明：$HB\parallel$平面 EDP.

(2)当四面体 $EDPC$ 的体积最大时，求平面 HDP 与平面 EPC 所成锐二面角的余弦值.



19.(12 分)

某芯片公司对今年新开发的一批 5G 手机芯片进行测评，该公司随机调查了 100 颗芯片，并将所得统计数据分为[9,10)，[10,11)，[11,12)，[12,13)，[13,14]五个小组(所调查的芯片得分均在[9,14]内)，得到如图所示的频率分布直方图，其中 $a-b=0.18$.



(1)求这 100 颗芯片评测分数的平均数(同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替).

(2)芯片公司另选 100 颗芯片交付给某手机公司进行测试，该手机公司将每颗芯片分别装在 3 个工程手机中进行初测. 若 3 个工程手机的评分都达到 11 万分，则认定该芯片合格；若 3 个工程手机中只要有 2 个评分没达到 11 万分，则认定该芯片不合格；若 3 个工程手机中仅 1 个评分没有达到 11 万分，则将该芯片再分别置于另外 2 个工程手机中进行二测，二测时，2 个工程手机的评分都达到 11 万分，则认定该芯片合格；2 个工程手机中只要有 1 个评分没达到 11 万分，手机公司将认定该芯片不合格. 已知每颗芯片在各次置于工程手机中的得分相互独立，并且芯片公司对芯片的评分方法及标准与手机公司对芯片的评分方法及标准都一致(以频率作为概率). 每颗芯片置于一个工程手机中的测试费用均为 300 元，每颗芯片若被认定为合格或不合格，将不再进行后续测试，现手机公司测试部门预算的测试经费为 10 万元，试问预算经费是否足够测试完这 100 颗芯片？请说明理由.

20.(12 分)

已知 F_1,F_2 分别是椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点,直线 $y=\frac{2b}{3}$与 C 交于 A,B 两点,$\angle AF_2B=90°$,且 $S_{\triangle F_2AB}=\frac{20}{9}$.

(1)求 C 的方程;

(2)已知点 P 是 C 上的任意一点,不经过原点 O 的直线 l 与 C 交于 M,N 两点,直线 PM,PN,MN,OP 的斜率都存在,且 $k_{MN}+k_{OP}=0$,求 $k_{PM}\cdot k_{PN}$ 的值.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x+x$,$g(x)=\frac{x}{e^x}$.

(1)若不等式 $f(x)g(x)\leqslant ax^2$ 对 $x\in[1,+\infty)$恒成立,求 a 的最小值;

(2)证明:$f(x)+1-x>g(x)$.

(3)设方程 $f(x)-g(x)=x$ 的实根为 x_0. 令 $F(x)=\begin{cases}f(x)-x,1<x\leqslant x_0,\\g(x),x>x_0,\end{cases}$若存在 x_1,$x_2\in(1,+\infty)$,$x_1<x_2$,使得 $F(x_1)=F(x_2)$,证明:$F(x_2)<F(2x_0-x_1)$.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=9+\sqrt{3}t,\\y=t\end{cases}$($t$ 为参数). 以坐标原点为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{16}{1+3\sin^2\theta}$.

(1)求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2)已知 P 为曲线 C 上的一个动点,求线段 OP 的中点 M 到直线 l 的最大距离.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

设函数 $f(x)=|x+1|+|2x-1|$.

(1)求不等式 $f(x)\geqslant 3$ 的解集;

(2)若 $f(x)$的最小值为 a,且 $x+y+z=a$,求 $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2$ 的最小值.

密 封 线 内 不 要 答 题