2020年高三年级联考文科数学答案

一、选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	D	B	A	C	A	B	D	A	C	B

二、填空题：

13. $y=\frac{3}{2}ex-\frac{1}{2}e$　　14. 4　　15. $(\frac{1}{6},\frac{1}{3})\cup[\frac{4}{3},\frac{5}{3}]$　　16. $\frac{h(\varepsilon+d)}{\varepsilon}$

三、解答题：

17. 解：（1）由列联表计算 $K^2=\frac{200(6\times96-74\times24)^2}{30\times170\times80\times120}\approx5.882>5.024$

所以有97.5%的把握认为闯红灯行为与年龄有关………………………4分

（2）由题意得，$\overline{x}=3$，$\overline{y}=137$

$$\therefore\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-5\overline{x}\,\overline{y}}{\sum_{i=1}^{5}x_i^2-5\overline{x}^2}=\frac{1966-5\times3\times137}{55-5\times9}=-8.9$$

$\therefore\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=137-(-8.9)\times3=163.7$

$\therefore\hat{y}=-8.9x+163.7$

当 $x=6$ 时，$\hat{y}=-8.9\times6+163.7=110.3$

所以估计该路口6月份闯红灯人数为110（111也可）………………………10分

18. 解：（1）由题知，$1+S_n=2a_n$，$1+S_{n-1}=2a_{n-1}$

相减得，$a_n=2a_{n-1}$，又 $a_1=1$，故 $\{a_n\}$ 为等比数列

所以 $a_n=2^{n-1}$………………………4分

（2）由（1）知，$a_{2n}=2^{2n-1}$，$S_n=2^n-1$

$a_{2n}>S_n+2020$ 等价于 $2^n(2^n-2)>4038$

易得 $2^n(2^n-2)$ 随 n 的增大而增大

而 $n=6$，$2^n(2^n-2)<4038$，$n=7$，$2^n(2^n-2)>4038$

故 $n\geq7$，$n\in N$………………………12分

19. 解：（1）由正弦定理得：$\frac{\sin B}{\sin A}=\sin C+\cos C$

$\therefore\sin B=\sin A\sin C+\sin A\cos C$　即 $\sin(A+C)=\sin A\sin C+\sin A\cos C$

整理，得 $\cos A\sin C=\sin A\sin C$

因为$\sin C \neq 0$，则$\cos A = \sin A$

又$\because A \in (0,\pi)$，　　$\therefore A = \dfrac{\pi}{4}$ ……………………………5 分

（2）由正弦定理得：$2\sin B = \sqrt{3}\sin A + \sqrt{2}\sin C$

$\therefore 2\sin B = \sqrt{3}\sin\dfrac{\pi}{4} + \sqrt{2}\sin(B+\dfrac{\pi}{4})$

$\therefore \sin B - \cos B = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$，　　$\therefore \sin(B-\dfrac{\pi}{4}) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\because 0 < B < \dfrac{3\pi}{4}$，　$\therefore -\dfrac{\pi}{4} < B - \dfrac{\pi}{4} < \dfrac{\pi}{2}$，　$\therefore B - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{3}$

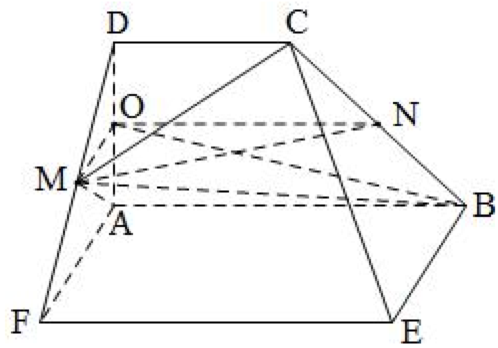
即$B = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{3}$，所以$\cos B = \cos(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{3}) = \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ ……………………………12 分

20. 解：（1）证明：取AD中点O，连结OM，ON.

由题知，$OM // AF$，$ON // AB$，　又$OM \cap ON = O$

则平面$OMN //$平面$ABEF$，而$MN \subset$平面OMN

所以$MN //$平面$ABEF$ ……………………………4 分



（2）连结AM，OB.

由题知，$AF \perp AB$，$AF \perp AD$

得$AF \perp$平面$ABCD$，则$AF \perp OB$

故$MO \perp OB$，可得　$MB = 3\sqrt{2}$

在ΔMBC中，$MB = 3\sqrt{2}$，$MC = \sqrt{6}$，$BC = 2\sqrt{2}$

可得$S_{\Delta MBC} = \sqrt{11}$

设点F到平面MBC的距离为h. 由题可得，$AM \perp$平面$CDFE$

$V_{F-MBC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta MBC}\cdot h$，$V_{A-FMC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta FMC}\cdot AM$

而$V_{F-MBC} = V_{B-FMC} = V_{A-FMC}$，可得$h = \dfrac{2}{11}\sqrt{11}$ ……………………………12 分

21. 解：（1）设切点坐标为$(x_0, \dfrac{1}{4}x_0^2)$，则切线斜率$k = \dfrac{x_0}{2}$，切线方程为$y - \dfrac{1}{4}x_0^2 = \dfrac{x_0}{2}(x - x_0)$

又因为切线过点P，则$-2 = -\dfrac{1}{4}x_0^2$，$x_0 = \pm 2\sqrt{2}$

所以$|MN| = 4\sqrt{2}$ ……………………………4 分

（2）设$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$， $P(t,-2)$

则切线PM方程为： $y-\frac{1}{4}x_1^2=\frac{1}{2}x_1(x-x_1)$

又直线PM过点P，则有$-2=\frac{1}{2}x_1t-\frac{1}{4}x_1^2$，即$\frac{1}{4}x_1^2-\frac{1}{2}tx_1-2=0$

同理有$\frac{1}{4}x_2^2-\frac{1}{2}tx_2-2=0$

于是x_1,x_2是方程$\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}tx-2=0$的两个根，则$x_1+x_2=2t,x_1x_2=-8$

$\therefore |PF|^2=t^2+9$

$|MF|\cdot|NF|=(y_1+1)\cdot(y_2+1)=\frac{1}{16}(x_1x_2)^2+\frac{1}{4}(x_1+x_2)^2-\frac{1}{2}x_1x_2+1=t^2+9$

$\therefore |PF|^2=|MF|\cdot|NF|$……………………12 分

22.解：（1）$f'(x)=(x+a+1)e^x$，由$f'(x)=0$，得$x=-a-1$

当$x<-a-1$时，$f(x)<0$

当$x>-a-1$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增

$f(-a-1)=-e^{-a-1}-1<0$

取b满足$b>0$且$b>-a+1$，则$f(b)=(b+a)e^b-1>e^b-1>0$（用极限说明扣分）

故$f(x)$存在唯一零点……………………5 分

（2）设$g(x)=f(x)-2ax=a(e^x-2x)+xe^x-1$

设$h(x)=e^x-2x(x\ge 0)$，则$h'(x)=e^x-2$

易得$h(x)\ge h_{\min}(\ln 2)=2(1-\ln 2)>0$

由题知，$g(0)\ge 0$，可得$a\ge 1$

当$a\ge 1$时，$g(x)\ge (e^x-2x)+xe^x-1=(2x+1)(\frac{x+1}{2x+1}e^x-1)$

设$\varphi(x)=\frac{x+1}{2x+1}e^x-1(x\ge 0)$，$\varphi'(x)=\frac{2x^2+3x}{(2x+1)^2}e^x\ge 0$（仅当$x=0$取等号）

则$\varphi(x)$在$[0,+\infty)$递增，所以$\varphi(x)\ge\varphi(0)=0$，可得$g(x)\ge(2x+1)\varphi(x)\ge 0$

因此a的范围是$[1,+\infty)$……………………12 分