

亳州市 2019—2020 学年度第一学期高三期末教学质量检测

数学（文）试卷

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。

共 8 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x > 0\}$ ， $B = \{x | -2 < x < 1\}$ ，则 $A \cup B =$

A. $(-2, 0)$

B. $(0, 1)$

C. $(-2, +\infty)$

D. $(1, +\infty)$

2. $z(2+i) = 3-i$ ，则 $|z| =$

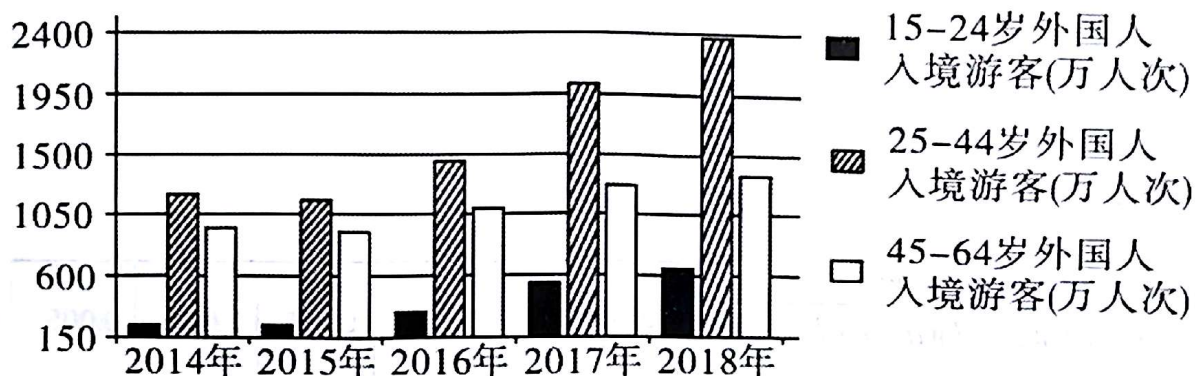
A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. 2

3. 中华文化博大精深，源远流长，每年都有大批外国游客入境观光旅游或者学习等，下面是 2014 年至 2018 年三个不同年龄段外国入境游客数量的柱状图：



下面说法错误的是：

A. 2014 年至 2018 年外国入境游客中，25-44 岁年龄段人数明显较多

B. 2015 年以来，三个年龄段的外国入境游客数量都在逐年增加

C. 2015 年以来，25-44 岁外国入境游客增加数量大于 45-64 岁外国入境游客增加数量

D. 2017 年, 25-44 岁外国入境游客增长率大于 15-24 岁外国入境游客增长率

4. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点、右顶点、上顶点分别为 F, A, B , 则 $S_{\triangle FAB} =$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 2

D. $\sqrt{3}$

5. 已知角 α 的顶点在原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $(1, -2)$, 则

$\cos 2\alpha =$

A. $-\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

6. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geq -1, \\ x + y \geq 1, \\ 3x - y \geq 3, \end{cases}$ 则 $z = 2x - y$ 的最小值为

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

7. 已知 $a = \ln \pi$, $b = \log_3 2$, $c = 0.3^{\sqrt{2}}$, 则

A. $a > b > c$

B. $a > c > b$

C. $c > b > a$

D. $b > c > a$

8. 已知 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 若 $\vec{c} = 2\vec{a} - \sqrt{3}\vec{b}$, 则 \vec{a} 与 \vec{c} 的夹角为

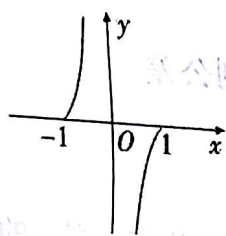
A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{3}$

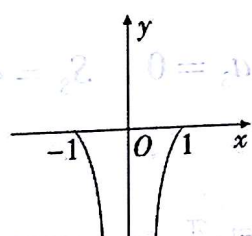
C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{5\pi}{6}$

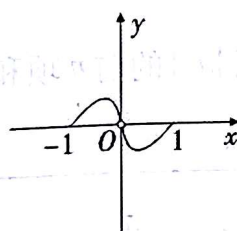
9. 函数 $y = |\sin x| \cdot \ln |x|$ 的部分图像大致为



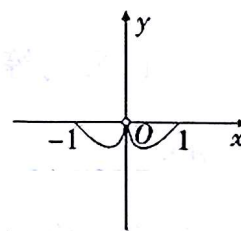
A



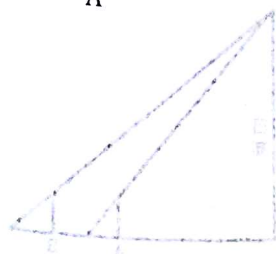
B



C



D



10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 作 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 P , PF_2 交另一条渐近线于 Q , 且 Q 为 PF_2 的中点, 则 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. $\sqrt{5}$

11. 在边长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 过 AB 中点 E 的直线 l 与直线 A_1D_1 , 直线 BC_1 分别交于点 M, N , 则 MN 的长为

A. 5

B. $4\sqrt{2}$

C. 6

D. $4\sqrt{3}$

12. 关于曲线 $C: x^2 - xy + y^2 = 1$ 有下述三个结论:

① 曲线 C 关于 y 轴对称

② 曲线 C 上任意一点的横坐标不大于 1

③ 曲线 C 上任意一点到原点的距离不小于 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

其中所有正确结论的个数是

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

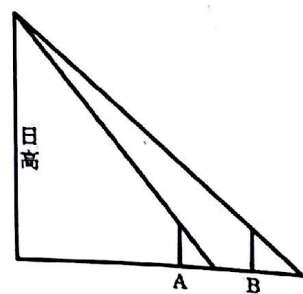
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 曲线 $y = \sqrt{x} \cdot e^x$ 在点 $(1, e)$ 处的切线方程为_____.

14. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $a_3 = 0$, $S_8 = 48$, 则公差 $d =$ _____.

15. 设函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 内有零点, 无极值点, 则 ω 的取值范围是_____.

16. 《周髀算经》是我国最古老的天文学与数学著作, 书中讨论了测量“日高” (太阳高度) 的方法. 大意为: “在 A, B

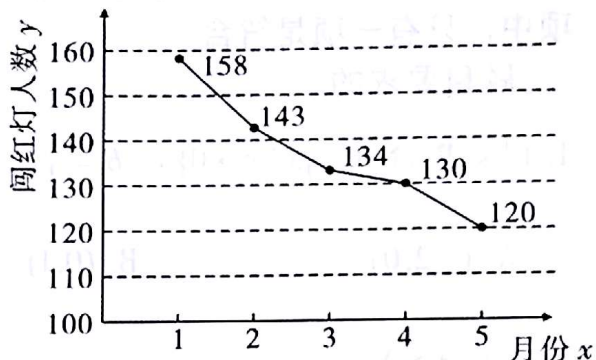


两处立表（古代测望用的杆子，即“髀”），设表高均为 h ，测得表距为 d ，两表日影长度差为 ε ($\varepsilon > 0$)，则可测算出日高”由所学知识知，日高 $H = \underline{\hspace{2cm}}$. (用 h ， d ， ε 表示)

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

某市为创建全国文明城市，推出“行人闯红灯系统建设项目”，将针对闯红灯行为进行曝光。交警部门根据某十字路口以往的监测数据，从穿越该路口的行人中随机抽查了 200 人，得到如图示的列联表：



	闯红灯	不闯红灯	合计
年龄不超过 45 岁	6	74	80
年龄超过 45 岁	24	96	120
合计	30	170	200

(1) 能否有 97.5% 的把握认为闯红灯行为与年龄有关？

(2) 右图是某路口监控设备抓拍的 5 个月内市民闯红灯人数的统计图. 请建立 y 与 x 的回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，并估计该路口 6 月份闯红灯人数.

附：

$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考数据: $\sum_{i=1}^5 y_i = 685$, $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 1966$

18. (12 分)

记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $1 + S_n = 2a_n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求使得 $a_{2n} > S_n + 2020$ 的 n 的取值范围.

19. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{b}{a} = \sin(A+B) - \cos(A+B)$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $2b = \sqrt{3}a + \sqrt{2}c$, 求 $\cos B$.

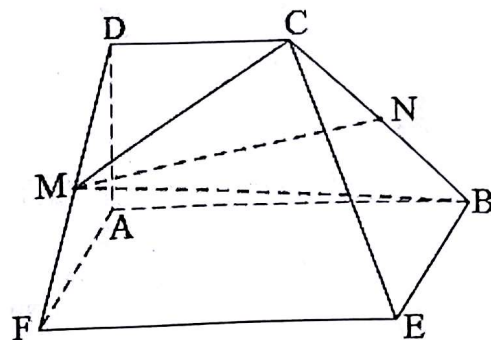
20. (12 分)

如图, $DA \perp$ 平面 $ABEF$, 四边形 $ABEF$ 为矩形, $AB \parallel CD$,

$AB = 4$, $AF = AD = CD = 2$, M , N 分别为 DF , BC 的中点.

(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 $ABEF$;

(2) 求点 F 到平面 MBC 的距离.



21. (12 分)

设抛物线 $C: x^2 = 4y$ 的焦点为 F , P 为直线 $l: y = -2$ 上的动点, 过 P 作 C 的两条切线, 切点分别为 M, N .

(1) 若 P 的坐标为 $(0, -2)$, 求 $|MN|$;

(2) 证明: $|PF|^2 = |MF| \cdot |NF|$.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = (x + a)e^x - 1$.

(1) 证明: $f(x)$ 存在唯一零点;

(2) 若 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq 2ax$, 求 a 的取值范围.