2019～2020年度河南省高三上学年期末考试
数学(文科)

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{1,2,3,6\}$，$B=\{x|2^x>4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{6\}$　　B. $\{3,6\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{2,3,6\}$

2. 若等差数列的前两项分别为1，3，则该数列的前10项和为

A. 81　　B. 90　　C. 100　　D. 121

3. 设复数 $z=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$，定义 $\boxed{z}=b+ai$. 若 $\frac{\boxed{z}}{1+i}=\frac{i}{2-i}$，则 $z=$

A. $-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$　　B. $\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$

C. $-\frac{3}{5}+\frac{1}{5}i$　　D. $-\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i$

4. 书架上有两套我国四大名著，现从中取出两本. 设事件 M 表示“两本都是《红楼梦》”；事件 N 表示“一本是《西游记》，一本是《水浒传》”；事件 P 表示“取出的两本中至少有一本《红楼梦》”. 下列结论正确的是

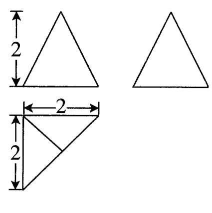
A. M 与 P 是互斥事件　　B. M 与 N 是互斥事件

C. N 与 P 是对立事件　　D. M,N,P 两两互斥

5. 若双曲线 $C:\frac{x^2}{m}-y^2=1$ 的一条渐近线方程为 $3x+2y=0$，则 $m=$

A. $\frac{4}{9}$　　B. $\frac{9}{4}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

6. 已知底面是等腰直角三角形的三棱锥 $P-ABC$ 的三视图如图所示，俯视图中的两个小三角形全等，则



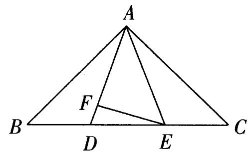
A. PA,PB,PC 两两垂直

B. 三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{8}{3}$

C. $|PA|=|PB|=|PC|=\sqrt{6}$

D. 三棱锥 $P-ABC$ 的侧面积为 $3\sqrt{5}$

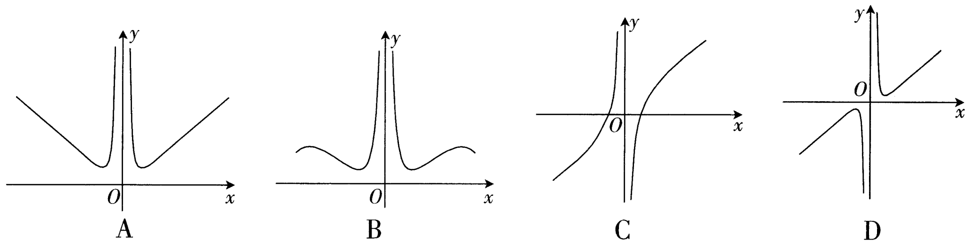
7. 如图，在等腰直角$\triangle ABC$中，D,E分别为斜边BC的三等分点（D靠近点B），过E作AD的垂线，垂足为F，则$\overrightarrow{AF}=$



A. $\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{4}{15}\overrightarrow{AB}+\frac{8}{15}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{8}{15}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{15}\overrightarrow{AC}$

8. 函数$f(x)=|x|-\frac{\ln|x|}{x^2}$的图象大致为



9. 设不等式组$\begin{cases}x+y\geqslant 0,\\ x-\sqrt{3}y\leqslant 0\end{cases}$表示的平面区域为$\Omega$，若从圆$C$：$x^2+y^2=4$的内部随机选取一点$P$，则$P$取自$\Omega$的概率为

A. $\frac{5}{24}$　　B. $\frac{7}{24}$　　C. $\frac{11}{24}$　　D. $\frac{17}{24}$

10. 张衡是中国东汉时期伟大的天文学家、数学家，他曾经得出圆周率的平方除以十六等于八分之五. 已知三棱锥$A-BCD$的每个顶点都在球O的球面上，$AB\perp$底面BCD，$BC\perp CD$，且$AB=CD=\sqrt{3}$，$BC=2$，利用张衡的结论可得球O的表面积为

A. 30　　B. $10\sqrt{10}$　　C. 33　　D. $12\sqrt{10}$

11. 已知函数$f(x)=\begin{cases}4^x+3,x\leqslant 0,\\ 2^x+\log_9 x^2-9,x>0,\end{cases}$则函数$y=f(f(x))$的零点所在区间为

A. $(3,\frac{7}{2})$　　B. $(-1,0)$　　C. $(\frac{7}{2},4)$　　D. $(4,5)$

12. 已知直线$y=k(x-1)$与抛物线C：$y^2=4x$交于A,B两点，直线$y=2k(x-2)$与抛物线D：$y^2=8x$交于M,N两点，设$\lambda=|AB|-2|MN|$，则

A. $\lambda<-16$　　B. $\lambda=-16$　　C. $-12<\lambda<0$　　D. $\lambda=-12$

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 函数$f(x)=9x^2+\sqrt{x-1}$的最小值为____▲____.

14. 函数$f(x)=|\sin 4x|$的图象的对称轴方程为____▲____.

15. 在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，设BC_1，BD_1与底面$ABCD$所成角分别为α，β，则$\tan(\alpha+\beta)=$____▲____.

16. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_n\neq 0$，曲线$y=x^3$在点(a_n,a_n^3)处的切线经过点$(a_{n+1},0)$，下列四个结论：

①$a_2=\frac{2}{3}$；②$a_3=\frac{1}{3}$；③$\sum\limits_{i=1}^{4}a_i=\frac{65}{27}$；④数列$\{a_n\}$是等比数列.

其中所有正确结论的编号是____▲____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

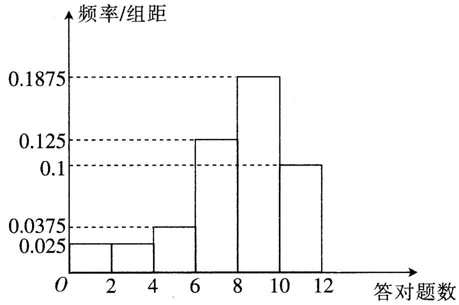
（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

为了解某中学学生对《中华人民共和国交通安全法》的了解情况，调查部门在该校进行了一次问卷调查（共 12 道题），从该校学生中随机抽取 40 人，统计了每人答对的题数，将统计结果分成$[0,2)$，$[2,4)$，$[4,6)$，$[6,8)$，$[8,10)$，$[10,12]$六组，得到如下频率分布直方图.

（1）若答对一题得 10 分，未答对不得分，估计这 40 人的成绩的平均分（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（2）若从答对题数在$[2,6)$内的学生中随机抽取 2 人，求恰有 1 人答对题数在$[2,4)$内的概率.



18.（12 分）

a,b,c 分别为$\triangle ABC$ 内角 A,B,C 的对边. 已知 $a=3$，$c\sin C=\sin A+b\sin B$，且 $B=60°$.

（1）求$\triangle ABC$ 的面积；

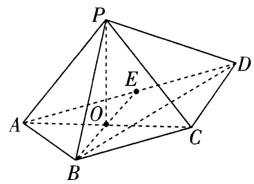
（2）若 D,E 是 BC 边上的三等分点，求 $\sin\angle DAE$.

19.（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AP\perp$平面 PCD，$AD\parallel BC$，$AB\perp BC$，$AP=AB=BC=\frac{1}{2}AD$，E 为 AD 的中点，AC 与 BE 相交于点 O.

（1）证明：$PO\perp$平面 $ABCD$.

（2）若 $OB=1$，求点 C 到平面 PAB 的距离.



20.(12 分)

已知函数 $f(x)=x^3-ax^2+\frac{4}{27}$.

(1)若 $f(x)$在$(a-1,a+3)$上存在极大值,求 a 的取值范围;

(2)若 x 轴是曲线 $y=f(x)$的一条切线,证明:当 $x\geqslant -1$ 时,$f(x)\geqslant x-\frac{23}{27}$.

21.(12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$(1,\frac{3}{2})$,过坐标原点 O 作两条互相垂直的射线与椭圆 C 分别交于 M,N 两点.

(1)证明:当 a^2+9b^2 取得最小值时,椭圆 C 的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(2)若椭圆 C 的焦距为 2,是否存在定圆与直线 MN 总相切?若存在,求定圆的方程;若不存在,请说明理由.

(二)选考题:共 10 分.请考生从第 22,23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=-1+2\cos\varphi,\\ y=2\sin\varphi\end{cases}$($\varphi$ 为参数).以坐标原点为极点,x 轴正半轴为极轴,建立极坐标系.已知点 P 的直角坐标为$(-2,0)$,过 P 的直线 l 与曲线 C 相交于 M,N 两点.

(1)若 l 的斜率为 2,求 l 的极坐标方程和曲线 C 的普通方程;

(2)求$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$的值.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|2x-1|+|2x+1|$,记不等式 $f(x)<4$ 的解集为 M.

(1)求 M;

(2)设 $a,b\in M$,证明:$|ab|-|a|-|b|+1>0$.