哈尔滨市第九中学2020届高三上学期期末考试数学试题

一、选择题

1.已知全集$U=(-\sqrt{3}, +\infty)$，集合$A=\{x\,|\,2^{x}>\sqrt{2}\}$，则$C_{U}A=$（　　）

A.（$\frac{1}{2}$，$+\infty$）　　B.（$-\sqrt{3}$，$\frac{1}{2}$]　　C.（$-\sqrt{3}$，$-\frac{1}{2}$]　　D.（$-\infty$，$\frac{1}{2}$]

2.以双曲线$\frac{x^{2}}{8}-y^{2}=1$的右焦点为圆心，且与双曲线的渐近线相切的圆的方程为（　　）

A. $(x-3)^{2}+y^{2}=1$　　B. $(x+3)^{2}+y^{2}=1$　　C. $(x-3)^{2}+y^{2}=8$　　D. $(x+3)^{2}+y^{2}=8$

3.下列函数中既是偶函数，又在（0，$+\infty$）单调递减的是（　　）

A. $y=|x-1|$　　B. $y=2^{|x|}$　　C. $y=\frac{1}{x}-x$　　D. $y=x^{-2}$

4.设$\lambda\in R$，则“$\lambda=2$”是“直线$\lambda x+y-2=0$与直线$2x+(\lambda-1)y+4=0$平行”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件　　C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

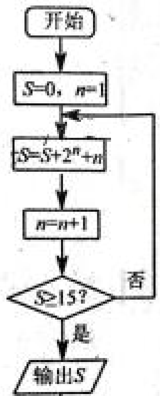
5.阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，输出的S的值等于（　　）

A.18

B.20

C.21

D.42



6.已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$（$\omega>0$）的周期为$\pi$，则下列选项正确的是（　　）

A.函数$f(x)$的图象关于点（$\frac{\pi}{6}$，0）对称　　B.函数$f(x)$的图象关于点（$-\frac{\pi}{12}$，0）对称

C.函数$f(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称　　D.函数$f(x)$的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{12}$对称

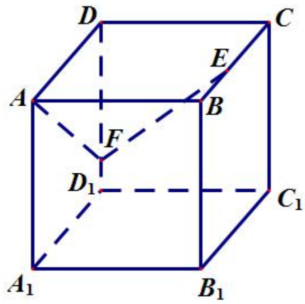
7. 要将甲、乙、丙、丁 4 名同学分到 A、B、C 三个班级中，要求每个班级至少分到一人，则甲被分到 A 班的分法种数是（　　）

A. 36　　B. 24　　C. 12　　D. 6

8. 已知抛物线 C：$y^2=2px$（$p>0$）的焦点为 F，过 F 的直线 l 交抛物线 C 于 A，B 两点，交抛物线的准线于点 G，若 A 是线段 BG 的中点，则直线 l 的斜率 k 等于（　　）

A. $\pm 2\sqrt{2}$　　B. $\pm\sqrt{3}$　　C. ± 1　　D. ± 2

9. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，E，F 分别是棱 BC，DD_1 上的点，如果 $B_1E\perp$ 平面 ABF，则点 E，F 满足的条件一定是（　　）



A. $BE+DF=1$

B. $CE+DF=1$

C. $CE=D_1F=\dfrac{1}{2}$

D. E F 为棱 BC，DD_1 上的任意点

10. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$a_1=1$，$a_{n+1}=2S_n$，则数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 的前 10 项和为（　　）

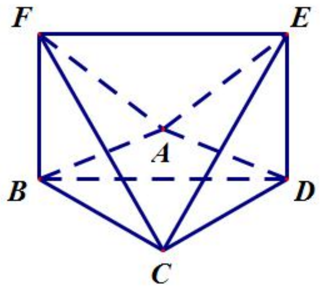
A. $\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2\times 3^9}$　　B. $\dfrac{7}{4}-\dfrac{1}{4\times 3^9}$　　C. $\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2\times 3^8}$　　D. $\dfrac{7}{4}-\dfrac{1}{4\times 3^8}$

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\ln x，x\geq 1\\ xe^x，x<1\end{cases}$，$g(x)=kx+f'(2)$，$\forall x_1\in R$，$\exists x_2\in[-1，1]$，使得 $f(x_1)\geq g(x_2)$ 成立，则实数 k 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty，-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{e}]$　　B. $[\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{e}，+\infty)$

C. $[-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{e}，\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{e}]$　　D. $(-\infty，-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{e}]\cup[\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{e}，+\infty)$

12. 如图所示的多面体 $ABCDEF$ ，已知四边形 $EFBD$ 与四边形 $ABCD$ 均为矩形，且平面 $EFBD$ 与平面 $ABCD$ 互相垂直，多面体 $ABCDEF$ 的体积为 $\dfrac{8}{3}$，$DE=2$，则多面体外接球的表面积的最小值为（　　）



A. 8π　　　　B. 7π

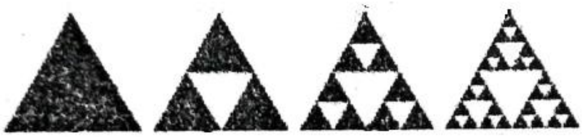
C. 9π　　　　D. 6π

二、填空题

13. 已知向量 $\vec{a}+\vec{b}=$（3，-1），$\vec{a}-\vec{b}=$（-1，-3），则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为________。

14. 函数 $f(x)=\sin(x+\dfrac{\pi}{3})+\sin x$ 的最大值为_________。

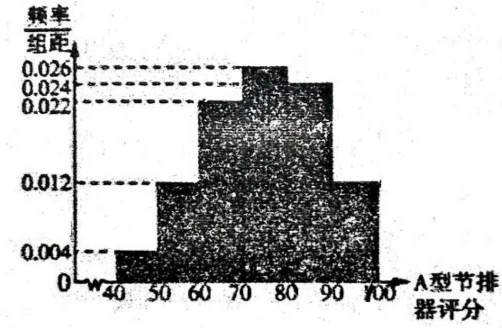
15. 波兰数学家谢尔宾斯基在 1915 提出一种自相似集分形理论，如图所示的三角形图案称为谢尔宾斯基三角形，在如图所示的 4 个三角形图案中，黑色小三角形的个数依次构成一个数列 $\{a_n\}$ 的前 4 项，依此规律，若存在第 m ，n 两项，使得 $a_m a_n=27a_1^2$，则 $\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}$ 的最小值为__________。

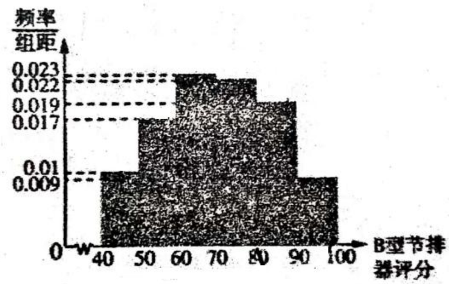


16. 过双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1$（$a>0$）上一点 M 作直线 l，与双曲线的两条渐近线分别交于 P，Q，且 M 为线段 PQ 的中点，若 ΔPOQ（O 为坐标原点）的面积为 2，则双曲线的离心率为_________。

三、解答题

17. 为降低汽车尾气排放量，某工厂设计制造了 A ， B 两种不同型号的节排器，规定性能质量评分（单位：分）在[80，100]的为优质品，现从该厂生产的 A ， B 两种型号的节排器中，分别随机抽取500件产品进行性能质量评分，并将评分分别分成六个组：[40，50)，[50，60)，[60，70)，[70，80)，[80，90)，[90，100]，绘制成如图所示的频率分布直方图：





（1）设500件 A 型产品性能质量评分的中位数为 M ，直接写出 M 所在的分组区间；

（2）请完成下面的列联表（单位：件）（把有关结果直接填入下面的表格中）；

	A 型节排器	A 型节排器	总计
优质品			
非优质品			
总计	500	500	1000

（3）根据（2）中的列联表，能否有99%的把握认为 A ， B 两种不同型号的节排器性能质量有差异？

18. 在ΔABC中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2\cos A}=2c^2-bc$。

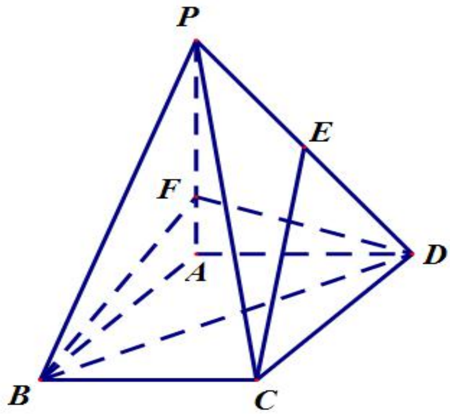
（1）求A的值；

（2）若$AM\perp BC$，垂足为M，且$BC=12$，求AM的最大值。

19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 3 的菱形，$\angle ABC=60^\circ$，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=3$，F 是棱 PA 上的一个动点，E 为 PD 的中点。

（1）若 $AF=1$，求证：$CE\,/\!/$ 平面 BDF；

（2）若 $AF=2$，求平面 BDF 与平面 PCD 所成的锐二面角的余弦值。



20. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左焦点为 F，A，B 是椭圆上关于原点 O 对称的两个动点，当点 A 的坐标为（1，$\frac{\sqrt{14}}{2}$）时，ΔABF 的周长恰为 $7\sqrt{2}$。

（1）求椭圆的方程；

（2）过点 F 作直线 l 交椭圆于 C，D 两点，且 $\overrightarrow{CD}=\lambda\overrightarrow{AB}$（$\lambda\in R$），求 ΔACD 面积的取值范围。

21. 已知函数 $f(x)=ax^2+(a-2)\ln x+1$（$a\in R$）。

（1）若函数 $f(x)$ 的图象在点（1，$f(1)$）处的切线平行于直线 $y=4x+3$，求 a 的值；

（2）当 $a=1$ 时，函数 $y=f(x)$ 图象上所有点都落在区域 $\begin{cases} x>0 \\ y\ge tx-x^2 \end{cases}$ 内，求实数 t 取值范围；

（3）当 $a<-1$ 时，证明：$\forall x_1$，$x_2\in$（0，$+\infty$），$|f(x_1)-f(x_2)|\ge 2\sqrt{6}|x_1-x_2|$。

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=\frac{1}{2}t \\ y=-1+\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ （t 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2a\cos\theta$（$a>0$）

（1）求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 相交于 A，B 两点，设点 M（0，-1），已知 $|MA|\cdot|MB|=|AB|^2$，求 a 的值。

23. 已知函数 $f(x)=|x-2m|+|x|$， $x\in R$ 。

（1）若不等式 $f(x)\geq m^2$ 对 $\forall x\in R$ 恒成立，求正实数 m 的取值范围；

（2）设实数 t 为（1）中 m 的最大值，若正实数 a ，b ，c 满足 $abc=\frac{t}{2}$，求 $(1+a)(1+b)(1+c)$ 的最小值。