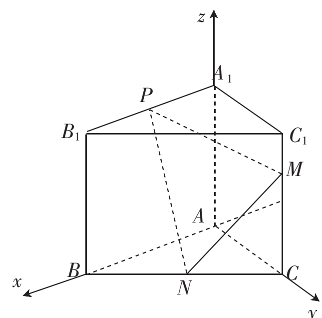
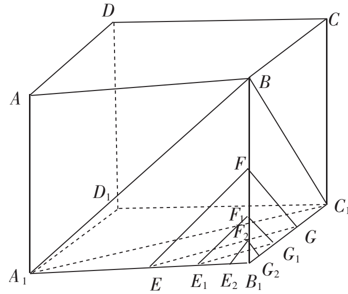
高二考试数学参考答案(理科)

1. A　因为 $M=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，$N=\{x|0<x<2\}$，所以 $M\cap N=\{1\}$.
2. B　特称命题的否定是全称命题.
3. D　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{AB}^2-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1+4-(2+2)=1$.
4. B　由 $\lg a>\lg b$，得 $a>b>0$. 取 $a=2,b=-3$，此时满足 $a>b$，但是不满足 $\lg a>\lg b$.
综上，"$a>b$"是"$\lg a>\lg b$"的必要不充分条件.
5. A　$f(x)$的定义域为$(-\infty,6)$，则$\begin{cases}2x<6,\\x\neq 2,\end{cases}$得 $x<2$ 或 $2<x<3$.
6. D　$f(x)=3\sin 2x+2x\cos 2x$ 是奇函数，当 $x\in(0,\frac{\pi}{4})$时，$f(x)>0$，故选 D.
7. B　如图，以 AB,AC,AA_1 所在直线分别为 x,y,z 轴，建立空间直角坐标系 $A-xyz$，则 $P(\lambda,0,1)$，$N(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$，$B(1,0,0)$，$M(0,1,\frac{2}{3})$，
$\overrightarrow{PN}=(\frac{1}{2}-\lambda,\frac{1}{2},-1)$，$\overrightarrow{BM}=(-1,1,\frac{2}{3})$，所以$\overrightarrow{PN}\cdot\overrightarrow{BM}=\lambda-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=0$，即 $\lambda=\frac{2}{3}$.



8. A　由已知得动点 P 到定点$(1,0)$的距离和它到 $x=-1$ 的距离相等，
则动点 P 的轨迹是以$(1,0)$为焦点，$x=-1$ 为准线的抛物线.
故动点 P 的轨迹方程为 $y^2=4x$.
9. C　由 $f(x+4)=f(x)$可知，函数 $f(x)$的周期为 4，则 $f(2)=f(-2)$. 又 $f(2)=-f(-2)$，所以 $f(2)=0$. 又 $f(11)=f(-1)=-f(1)=-2$，所以 $f(11)+f(2)=-2$.
10. A　$\because g(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x+1$，$\therefore g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})+1$. $\because -\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$，$\therefore -\frac{\pi}{3}\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{4\pi}{3}$，
则 $2x_1+\frac{\pi}{3}+2x_2+\frac{\pi}{3}=2\times\frac{\pi}{2}=\pi$，$\therefore x_1+x_2=\frac{\pi}{6}$，$\therefore f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{6})+1$.
11. C　由题意得 $V_1=36$. $\because E,F,G$ 分别为 A_1B_1,BB_1,B_1C_1 的中点，E_1,F_1,G_1 分别为 EB_1,FB_1,B_1G 的中点，E_2,F_2,G_2 分别为 E_1B_1,F_1B_1,B_1G_1 的中点，……，$\therefore V_1,V_2,V_3,\cdots,V_n$ 成等比数列，且首项为 36，公比为 $\frac{1}{8}$，$\therefore S_n=\dfrac{36\times[1-(\frac{1}{8})^n]}{1-\frac{1}{8}}=\dfrac{288-36\times(\frac{1}{8})^{n-1}}{7}$.



12. D　设 $B(x,y)$，$C(-x,-y)$，$k_1k_2=\frac{y_0-y}{x_0-x}\cdot\frac{y_0+y}{x_0+x}=\frac{y_0^2-y^2}{x_0^2-x^2}$，且$\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=1$，$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，两式相减可得 $\frac{y_0^2-y^2}{x_0^2-x^2}=\frac{b^2}{a^2}$，即 $k_1k_2=\frac{b^2}{a^2}$，$k_1k_2+\frac{1}{16k_1k_2}\geqslant 2\sqrt{k_1k_2\cdot\frac{1}{16k_1k_2}}=\frac{1}{2}$，当 $k_1k_2=\frac{1}{16k_1k_2}$，即 $k_1k_2=\frac{1}{4}$时取等号，
即 $a^2=4b^2$，故该双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{2}x$.

13.2　平移直线 $2x-y+1=0$,可知在 $A(1,1)$ 处取得最大值 $2\times1-1+1=2$.

14.$a_n=8n-5$　当 $n=1$ 时,$a_1=S_1=3$;当 $n\geqslant2$ 时,$a_n=S_n-S_{n-1}=4n^2-n-4(n-1)^2+n-1=8n-5$.

又 $a_1=3$ 也满足 $a_n=8n-5$,所以 $a_n=8n-5$.

15.$(x-2)^2+y^2=9$　可设圆 M 的标准方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2(r>0)$,则根据题意可得

$\begin{cases}b=2a-4,\\ \dfrac{b-2\sqrt{2}}{a-3}=2\sqrt{2},\\ r^2=(a-3)^2+(b-2\sqrt{2})^2,\end{cases}$ 解方程组可得 $\begin{cases}a=2,\\ b=0,\\ r=3,\end{cases}$ 即得圆 M 的方程为 $(x-2)^2+y^2=9$.

16.$\dfrac{3}{5}$　设椭圆的左焦点为 F_2,则有 $|AF_1|+|BF_1|+|AB|\leqslant|AF_1|+|BF_1|+|AF_2|+|BF_2|=4a=5b$,

则 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\dfrac{3}{5}a$,因此所求离心率为 $\dfrac{3}{5}$.

17.解:(1)这组数据的众数为 86;…………………………………………………………………… 2 分

平均数为 $\dfrac{51+64+66+78+85+86\times3+87\times2+92+98}{12}=80.5$. ………………………………… 4 分

(2)在被抽取的学生中,有 2 个"达标"学生,4 个"未达标"学生,将"达标"学生编号为 A,B,"未达标"学生编号为 a,b,c,d,则从 6 人中任取 2 人,有以下情况:$(A,a),(A,b),(A,c),(A,d),(B,a),(B,b),(B,c),(B,d),(A,B),(a,b),(a,c),(a,d),(b,c),(b,d),(c,d)$.共 15 种. ……………………… 6 分

其中符合条件的为 $(A,a),(A,b),(A,c),(A,d),(B,a),(B,b),(B,c),(B,d),(A,B)$,共 9 种. ……… 8 分

故至少有 1 人"达标"的概率 $P=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$. ……………………………………………………… 10 分

18.解:(1)因为 $(a^2+b^2-c^2)\tan C=\sqrt{3}ab$,

所以 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{\sqrt{3}ab}{2ab\tan C}$,即 $\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, ……………………………… 3 分

因为 $0<C<\dfrac{\pi}{2}$,所以 $C=\dfrac{\pi}{3}$. …………………………………………………………………… 5 分

(2)$f(A)=1-2\cos^2A+2\sin A\cos A=\sqrt{2}\sin(2A-\dfrac{\pi}{4})$. ………………………………… 8 分

在锐角△ABC 中,因为 $0<A<\dfrac{\pi}{2}$,$0<\dfrac{2\pi}{3}-A<\dfrac{\pi}{2}$,所以 $\dfrac{\pi}{6}<A<\dfrac{\pi}{2}$,则 $f(A)$ 的定义域为 $(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2})$, ……

……………………………………………………………………………………………… 9 分

$\dfrac{\pi}{12}<2A-\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{3\pi}{4}$, ……………………………………………………………………… 10 分

故当 $2A-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$,即 $A=\dfrac{3\pi}{8}$ 时,$f(A)_{\max}=\sqrt{2}$. ……………………………………… 12 分

19.解:(1)设公差为 d,则由 $a_3+a_5=18,S_3+S_5=50$,得 $\begin{cases}2a_1+6d=18,\\ 8a_1+13d=50,\end{cases}$ ………………… 2 分

解得 $\begin{cases}a_1=3,\\ d=2,\end{cases}$ 所以 $a_n=2n+1$. ………………………………………………………………… 3 分

设 $\{b_n\}$ 的公比 q,又因为 $a_1=3,a_4=9$,所以 $b_1=3,b_2=9$, ……………………………………… 4 分

故 $b_n=3^n$. ……………………………………………………………………………………… 5 分

(2)由(1)可知 $S_{2n-1}=4n^2-1$,则 $\dfrac{1}{S_{2n-1}}+b_n=\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}+3^n=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1})+3^n$. ……… 7 分

数列 $\{\dfrac{1}{S_{2n-1}}\}$ 的前 n 项和为 $\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+\cdots+\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1})=\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{2n+1})$, ……… 9 分

数列$\{b_n\}$的前n项和为$\frac{3(1-3^n)}{1-3}=\frac{3^{n+1}-3}{2}$, ……………………………………………………………… 11分

故 $T_n=\frac{3^{n+1}}{2}-\frac{1}{4n+2}-1$. ……………………………………………………………………………………… 12分

20. (1)证明:取CD的中点O,连接NO,EO. ……………………………………………………………… 1分

∵N是AC的中点,∴$NO/\!/AD/\!/ME$. ……………………………………………………………… 2分

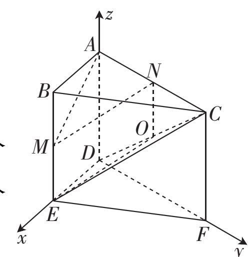
∵M是BE的中点,∴$NO=ME$, ……………………………………………………………………… 3分

∴四边形$MEON$是平行四边形,∴$MN/\!/EO$. ………………………………………………………… 4分

∵$EO\subset$平面CDE,$MN\not\subset$平面CDE,

∴ $MN/\!/$平面CDE. …………………………………………………………………………………… 5分

(2)解:以D为原点建立如图所示的空间直角坐标系$D-xyz$.



∵$\angle BAC=90°$,$\angle ACB=30°$,

∴$DE=AB=1$,$DF=AC=\sqrt{3}$,

则$D(0,0,0)$,$E(1,0,0)$,$C(0,\sqrt{3},2)$,$A(0,0,2)$,$M(1,0,1)$, …………………………… 6分

则$\overrightarrow{DE}=(1,0,0)$,$\overrightarrow{DC}=(0,\sqrt{3},2)$. ………………………………………………… 7分

设平面CDE的法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,则$\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0$,即$x=\sqrt{3}y+2z=0$,

……………………………………………………………………………………………………… 8分

令$y=2$,则$z=-\sqrt{3}$,得$\boldsymbol{n}=(0,2,-\sqrt{3})$. ……………………………………………………………… 9分

设直线AM与平面CDE所成角为θ,∵$\overrightarrow{AM}=(1,0,-1)$,

∴$\sin\theta=\cos\langle\overrightarrow{AM},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\overrightarrow{AM}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{AM}||\boldsymbol{n}|}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{42}}{14}$, ………………………………………………… 11分

故AM与平面CDE所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{42}}{14}$. ……………………………………………………………… 12分

21. 解:(1)因为$f(x)$是奇函数,所以$f(-x)=-f(x)$,则$\ln(1+x)-\ln(a-x)=-\ln(1-x)+\ln(a+x)$, …

…… 1分

化简可得$\ln(1-x^2)=\ln(a^2-x^2)$,所以$a=\pm1$,当$a=-1$时,明显不符合题意,故$a=1$. …………… 2分

$f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}<1$,则$0<\frac{1+x}{1-x}<\mathrm{e}$, ……………………………………………………………… 3分

解得$-1<x<\frac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}+1}$.

所以所求不等式$f(x)<1$的解集为$(-1,\frac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}+1})$. …………………………………………………… 5分

(2)由(1)可知函数$f(x)$的定义域为$(-1,1)$,$f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}=\ln(-\frac{2}{x-1}-1)$. ……………… 6分

因为函数$y=-\frac{2}{x-1}-1$在$(-1,1)$上为增函数,又$y=\ln x$在其定义域上单调递增,所以$f(x)$在$(-1,1)$上为增函数. ……………………………………………………………………………………………… 7分

又在$(0,1)$上,$f(x)>f(0)=0$,所以$|f(x)|$为偶函数,且在$(0,1)$上单调递增. …………………… 8分

由$|f(mx+1)|<|f(x-1)|$,可得$\begin{cases}|mx+1|<|x-1|,\\-1<mx+1<1,\end{cases}$ $x\in[\frac{1}{6},\frac{1}{2}]$, ………………………… 9分

则$\begin{cases}|mx+1|<1-x,\\-\frac{2}{x}<m<0,\end{cases}$ 即$\begin{cases}1-\frac{2}{x}<m<-1,\\-\frac{2}{x}<m<0,\end{cases}$ 得$\begin{cases}-3<m<-1,\\-4<m<0,\end{cases}$ ……………………………………… 11分

所以 m 的取值范围是 $(-3,-1)$. ………………………………………………………… 12 分

22. 解:(1)设椭圆 W 的焦距为 $2c$,$\because \overrightarrow{PF_2}=7\overrightarrow{F_2Q}$,$\therefore Q$ 的坐标为 $(\frac{8c}{7},-\frac{b}{7})$. ………………………… 1 分

$\because Q$ 在 W 上,将 $Q(\frac{8c}{7},-\frac{b}{7})$ 代入 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$,得 $\frac{c^2}{a^2}=\frac{3}{4}$. ………………………………… 2 分

又 $\because \overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PQ}=-\frac{16}{7}$,$\therefore (-c,-b)\cdot(\frac{8c}{7},-\frac{8b}{7})=-\frac{16}{7}$,$\therefore c^2-b^2=2$. ………………………… 3 分

又 $\because a^2=b^2+c^2$,$\therefore a^2=4$,$b^2=1$,W 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………… 5 分

(2)当直线 l_2 的斜率不存在时,$|CD|=2$,$|MN|=4$,不符合题意; ……………………………………… 6 分

当直线 l_2 的斜率为 0 时,$|CD|=4$,$|MN|=1$,也不符合题意. ……………………………………… 7 分

$\therefore$ 可设直线 l_2 的方程为 $y=k(x+\sqrt{3})(k\neq 0)$,

联立 $\begin{cases} y=k(x+\sqrt{3}), \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1, \end{cases}$ 得 $(4k^2+1)x^2+8\sqrt{3}k^2x+12k^2-4=0$,

则 $x_1+x_2=\frac{-8\sqrt{3}k^2}{4k^2+1}$,$x_1x_2=\frac{12k^2-4}{4k^2+1}$. ……………………………………………………… 8 分

$|MN|=\sqrt{k^2+1}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{4(k^2+1)}{4k^2+1}$. ………………………………………… 9 分

由 $\begin{cases} y=-\frac{1}{k}\cdot x, \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\frac{2k}{\sqrt{k^2+4}}, \\ y=-\frac{2}{\sqrt{k^2+4}} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\frac{2k}{\sqrt{k^2+4}}, \\ y=\frac{2}{\sqrt{k^2+4}}, \end{cases}$

$\therefore |CD|^2=\frac{16(k^2+1)}{k^2+4}$. ……………………………………………………………………………… 10 分

又 $\because 6|MN|=|CD|^2$,$\therefore \frac{24(k^2+1)}{4k^2+1}=\frac{16(k^2+1)}{k^2+4}$,$\therefore k^2=2$,$\therefore |CD|=2\sqrt{2}$. ……………………… 11 分

$\because F_2$ 到直线 CD 的距离 $d=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1+k^2}}=1$,

$\therefore S_{\triangle F_2CD}=\frac{1}{2}\times 1\times 2\sqrt{2}=\sqrt{2}$. ……………………………………………………………… 12 分