2019-2020 学年第一学期高二期末考试数学学科试题

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．设$a<b<0$，则下列各不等式一定成立的是（▲ ）

A．$a^2<ab<b^2$　　　　B．$a^2>ab>b^2$

C．$a^2<b^2<ab$　　　　D．$a^2>b^2>ab$

2．已知向量$\vec{a}$＝(0，1，1)，$\vec{b}$＝(1，－2，1)．若向量$\vec{a}+\vec{b}$与向量$\vec{c}$＝(m，2，n)平行，则实数 n 的值是（　▲）

A．6　　B．－6　　C．4　　D．－4

3.已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，若长轴长为 6，且两焦点恰好将长轴三等分，则此椭圆的标准方程为（　▲　）

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$　　B. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$　　C. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$　　D. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$

4.《九章算术》是我国古代的数学名著，书中有如下问题："今有大夫、不更、簪裹、上造、公士，凡五人，共猎得五鹿，欲以爵次分之，问各得几何？"其意思："共有五头鹿，5 人以爵次进行分配（古代数学中"以爵次分之"这种表述，一般表示等差分配，在本题中表示等差分配）."在这个问题中，若大夫得"一鹿、三分鹿之二"，则簪裹得（ ▲ ）

A．一鹿、三分鹿之一　　　　B．一鹿

C．三分鹿之二　　　　D．三分鹿之一

5.已知等比数列$\{a_n\}$为单调递增数列，设其前 n 项和为S_n，若$a_2=2$，$S_3=7$，则a_5的值为（ ▲ ）

A．16　　B．32　　C．8　　D．$\frac{1}{4}$

6.下列不等式或命题一定成立的是(▲)

①$\lg(x^2+\frac{1}{4})\geqslant\lg x(x>0)$;　　②$\sin x+\frac{1}{\sin x}\geqslant 2(x\neq k\pi,k\in Z)$;

③$x^2+1\geqslant 2|x|(x\in R)$;　　④$y=\frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+2}$ $(x\in R)$最小值为 2.

A. ①②　　B. ②③　　C. ①③　　D. ②④

7.　已知关于x的不等式$(a^2-4)x^2+(a-2)x-1\geq 0$的解集为空集,则实数$a$的取值范围是(▲)

A. $[-2,\frac{6}{5}]$　　B. $[-2,\frac{6}{5})$　　C. $(-\frac{6}{5},2]$　　D. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

8. 设S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，满足$S_n=2a_n-3$，则$S_6=$　　　　（▲　　）

A、192　　B、96　　C、93　　D、189

9.若正数 a、b 满足$ab=2(a+b)+5$，设$y=(a+b-4)(12-a-b)$，则 y 的最大值是（ ▲ ）

A.12　　B. -12　　C. 16　　D. -16

10. 正四面体 ABCD 的棱长为 2，E、F 分别为 BC、AD 的中点，则$\overline{AE}\cdot\overline{AF}$的值为（ ▲　　）

A、-2　　B、4　　C、2　　D、1

11、已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点分别为$F_1$,$F_2$,离心率为$e$,若椭圆上存在点$P$,使得$\frac{PF_1}{PF_2}=e$，则该离心率$e$的取值范围是（ ▲ ）

A. $[\sqrt{2}-1,1)$　　B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$　　C. $(0,\sqrt{2}-1]$　　D. $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

12. 当 n 为正整数时，定义函数$N(n)$表示 n 的最大奇因数。如$N(3)=3$，$N(10)=5$，$S(n)=N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(2^n)$，则$S(5)=$　（ ▲ ）

A. 342　　B. 345　　C. 341　　D. ·346

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13. 命题p:“$\forall x>0$，都有$x^2-x\geq 0$”的否定：________▲____________________.

14. 不等式$\frac{x-1}{x}>3$的解集是___▲_______.

15. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的离心率为 2，焦点与椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$的焦点相同，那么双曲线的渐近线方程为____________▲____________

16. 已知$ab=\frac{1}{2},a,b\in(0,1)$，那么$\frac{1}{1-a}+\frac{2}{1-b}$的最小值为____▲_______

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本题满分 10 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$a_2+a_5=25$，$S_5=55$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式;

（2）设$a_n b_n=\dfrac{1}{3n-1}$，求数列$\{b_n\}$的前n 项和 T_n.

▲▲▲

18.（本题满分 12 分）

已知$a\in R$，函数$f(x)=a-\dfrac{1}{|x|}$.

（1）若$f(x)\le 2x$对$x\in(0,2)$恒成立，求实数 a 的取值范围。

（2）当 a=1 时，解不等式$f(x)\ge 2x$.

▲▲▲

19.（本题满分 12 分）

在平面直角坐标系 xoy 中，曲线 C 上的动点$M(x,y)(x>0)$到点$F(2,0)$的距离减去 M 到直线$x=-1$的距离等于 1.

(1)求曲线 C 的方程;

(2)若直线$y=k(x+2)$与曲线 C 交于 A，B 两点，求证：直线 FA 与直线FB 的倾斜角互补.

▲▲▲

20.（本题满分 12 分）

某种汽车购买时费用为 14.4 万元，每年应交付保险费、养路费及汽油费共 0.9 万元，汽车的维修费为：第一年 0.2 万元，第二年 0.4 万元，第三年 0.6 万元，…，依等差数列逐年递增.

(1)、设使用n年该车的总费用(包括购车费用)为$f(n)$，试写出$f(n)$的表达式;

(2)、求这种汽车使用多少年报废最合算(即该车使用多少年平均费用最少.

21.（本题满分 12 分）

如图 1，在高为 6 的等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB/\!/CD$，且 CD=6，AB=12，将它沿对称轴 OO_1 折起，使平面 ADO_1O⊥平面 BCO_1O. 如图 2，点 P 为 BC 中点，点 E 在线段 AB 上(不同于 A,B 两点)，连接 OE 并延长至点 Q，使 $AQ/\!/OB$.

(1)证明：OD⊥平面 PAQ;

(2)若 BE=2AE, 求二面角 C−BQ−A 的余弦值。

▲▲▲

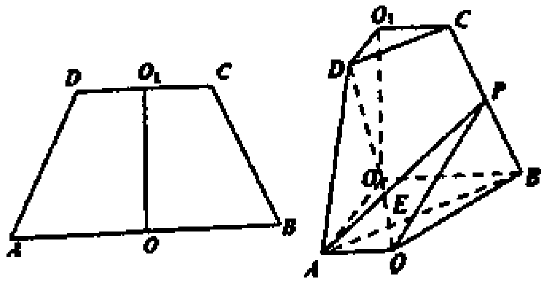

图1 图2

22. （本小题满分 12 分）

已知椭圆 C_1：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$F$ 为左焦点，A 为上顶点，$B(2,0)$为右顶点，若 $\sqrt{7}|\overrightarrow{AF}|=2|\overrightarrow{AB}|$，抛物线 C_2 的顶点在坐标原点，焦点为 F.

(1)求 C_1 的标准方程；

(2)是否存在过 F 点的直线，与 C_1 和 C_2 交点分别是 P, Q 和 M, N, 使得 $S_{\triangle OPQ}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle OMN}$? 如果存在，求出直线的方程；如果不存在，请说明理由.

▲▲▲