天津市和平区 2019～2020 学年度高三年级上学期期末考试

一、选择题：本大题共 9 小题，每小题 5 分，共 45 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集为R，集合$A=\{x\in Z\mid -1<x\leq 3\}$，集合$B=\{1，2\}$，则集合$A\cap(\complement_R B)=$（　　）

A. $\{-1，0\}$　　B. $(-1，1)\cup(2，3]$

C. $(0，1)\cup(1，2)\cup(2，3]$　　D. $\{0，3\}$

2. 设$x\in R$，则“$|x-2|>1$”是“$x^2-4x+3>0$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分又不必要条件

3. 奇函数$f(x)$在区间$[3，6]$上是增函数，在区间$[3，6]$上的最大值为 8，最小值为-1，则$f(6)+f(-3)$的值为（　　）

A. -10　　B. 15　　C. 10　　D. 9

4. 已知圆的半径为 2，圆心在x轴的正半轴上，且与直线$3x+4y+4=0$相切，则圆的方程是（　　）

A. $x^2+y^2-4x=0$　　B. $x^2+y^2+4x=0$

C. $x^2+y^2-2x-3=0$　　D. $x^2+y^2+2x-3=0$

5. 设$a=2^{0.2}$，$b=\log_3 0.9$，$c=1+\log_{0.1}4$，则a，b，c的大小关系是（　　）

A. $a>c>b$　　B. $b>c>a$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

6. 将函数$y=\sin(x+\dfrac{\varphi}{2})\cos(x+\dfrac{\varphi}{2})$的图象沿$x$轴向左平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位后，得到一个偶函数的图象，则$\varphi$的取值不可能是（　　）

A. $-\dfrac{3\pi}{4}$　　B. $-\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{4}$　　D. $\dfrac{5}{4}\pi$

7. 抛物线$y^2=8x$的焦点F是双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的一个焦点，$A(m，n)(n>0)$为抛物线上一点，直线$AF$与双曲线有且只有一个交点，若$|AF|=8$，则该双曲线的离心率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

8. 某中学组织高三学生进行一项能力测试，测试内容包括A、B、C三个类型问题，这三个类型所含题目的个数分别占总数的$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{1}{6}$.现有 3 名同学独立地从中任选一个题目作答，则他们选择的题目所属类型互不相同的概率为（　　）

A. $\dfrac{1}{36}$　　B. $\dfrac{1}{12}$　　C. $\dfrac{1}{6}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

9. 已知函数$f(x)=\begin{cases}\log_{\sqrt{2}}(x+1)+1 & -1<x\leq 0\\ \dfrac{x^2+x+2}{x} & x>0\end{cases}$.若方程$f(x)=kx+1$有两个实根，则实数$k$的取值范围是（　　）

A. $(\dfrac{1}{2}，2)$　　B. $(1，\dfrac{2}{\ln 2}]$　　C. $(1，2]$　　D. $(\dfrac{1}{2}，\dfrac{2}{\ln 2})$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

10. 设i是虚数单位，复数$\dfrac{a-i}{2i}$的模为 1，则正数a的值为_______.

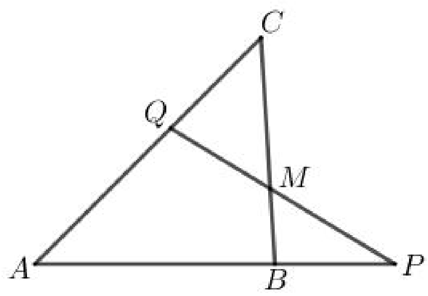
11. 已知$a>0$，$(x-\dfrac{a}{x^2})^6$的二项展开式中，常数项等于 60，则$(x-\dfrac{a}{x^2})^6$的展开式中各项系数和为____（用数字作答）.

12. 设随机变量 X 的概 $ABC-A_1B_1C_1$ 率分布列如下表，则随机变量 X 的数学期望 $EX=$________.

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{3}$	m	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

13. 已知三棱柱的侧棱垂直于底面，各顶点都在同一球面上，若该棱柱的体积为 $\sqrt{3}$，$AB=2$，$AC=1$，$\angle BAC=60°$，则此球的表面积等于_______.

14. 如图，在 ΔABC 中，$AB=3$，$AC=4$，$\angle BAC=45°$，$\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{MB}$，过点 M 的直线分别交射线 AB、AC 于不同的两点 P、Q，若 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=n\overrightarrow{AC}$，则当 $m=\frac{3}{2}$ 时，$n=$__________，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=$_______.



15. 已知正实数 x，y 满足 $4x^2+y^2=1+2xy$，则当 $x=$______时，$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{xy}$ 的最小值是_____.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 14×2＋15＋16×2＝75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. 在 ΔABC 中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c. 已知 $c^2=a^2+b^2-4bc\cos C$，且 $A-C=\frac{\pi}{2}$.

⑴求 $\cos C$ 的值；

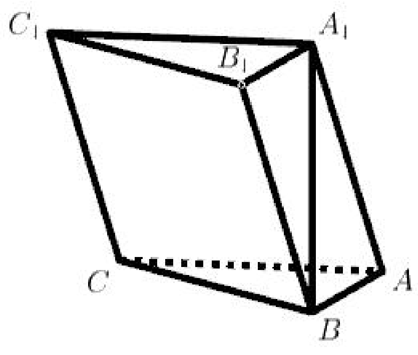
⑵求 $\cos(B+\frac{\pi}{3})$ 的值.

17. 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp AC$，顶点 A_1 在底面 ABC 上的射影恰为点 B，且 $AB=AC=A_1B=2$.

⑴证明：平面 $A_1AC\perp$ 平面 AB_1B；

⑵求棱 AA_1 与 BC 所成的角的大小；

⑶若 P 为 B_1C_1 的中点，求二面角 $P-AB-A_1$ 的平面角的余弦值.



18. 已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，离心率为$\dfrac{1}{2}$，点$P$是椭圆$C$上的一个动点，且$\Delta PF_1F_2$面积的最大值为$\sqrt{3}$.

⑴求椭圆C的方程；

⑵过点$M(0，1)$作直线l_1交椭圆C于A、B两点，过点M作直线l_1的垂线l_2交圆O：$x^2+y^2=\dfrac{a^2}{4}$于另一点N. 若ΔABN的面积为3，求直线l_1的斜率.

19. 已知等比数列$\{a_n\}$的公比$q>1$，且$a_3+a_4+a_5=28$，a_4+2是a_3、a_5的等差中项.

⑴求数列$\{a_n\}$的通项公式；

⑵试比较$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{(a_{k+1}-1)(a_{k+2}-1)}$与$\dfrac{1}{2}$的大小，并说明理由；

⑶若数列$\{b_n\}$满足$b_n=\log_2 a_{n+1}(n\in N^*)$，在每两个$b_k$与$b_{k+1}$之间都插入$2^{k-1}(k\in N^*)$个2，使得数列$\{b_n\}$变成了一个新的数列$\{c_p\}$，试问：是否存在正整数$m$，使得数列$\{c_p\}$的前$m$项和$S_m=2019$？如果存在，求出$m$的值；如果不存在，说明理由.

20. 设函数$f(x)=ae^x$，$g(x)=\ln x+b$，其中a，$b\in R$，e是自然对数的底数.

⑴设$F(x)=xf(x)$，当$a=e^{-1}$时，求$F(x)$的最小值；

⑵证明：当$a=e^{-1}$，$b<1$时，总存在两条直线与曲线$y=f(x)$与$y=g(x)$都相切；

⑶当$a\ge\dfrac{2}{e^2}$时，证明：$f(x)>x[g(x)-b]$.