2019-2020学年云南省玉溪一中高三（上）期中数学试卷（理科）

一、选择题：本题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{x\mid \log_2(x+3)<1\}$，$B=\{x\mid -4<x<-2\}$，则 $A\bigcup B=($　　$)$

A．$\{x\mid -3<x<-2\}$　B．$\{x\mid -4<x<-1\}$　C．$\{x\mid x<-1\}$　D．$\{x\mid x>-4\}$

2．“$m=\dfrac{4}{3}$”是“直线 $x-my+4m-2=0$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相切”的$($　　$)$

A．充分而不必要条件　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　D．既不充分也不必要条件

3．在 ΔABC 中，若 $b\cos C+c\cos B=a\sin A$，则角 A 的值为$($　　$)$

A．$\dfrac{\pi}{3}$　B．$\dfrac{\pi}{6}$　C．$\dfrac{\pi}{2}$　D．$\dfrac{2\pi}{3}$

4．已知定义域为$[a-4，2a-2]$的奇函数 $f(x)=2020x^3-\sin x+b+2$，则 f（a）$+f$（b）的值为$($　　$)$

A．0　B．1　C．2　D．不能确定

5．设 m，n 为空间两条不同的直线，α，β 为空间两个不同的平面，给出下列命题：

①若 $m\perp\alpha$，$m//\beta$，则 $\alpha\perp\beta$；　②若 $m\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，$m//\beta$，$n//\beta$，则 $\alpha//\beta$；

③若 $m//\alpha$，$n//\alpha$，则 $m//n$；　④若 $m\perp\alpha$，$n//\beta$，$\alpha//\beta$，则 $m\perp n$．

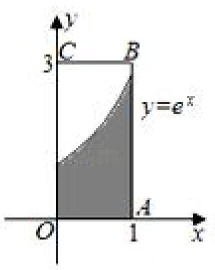
其中所有正确命题的序号是$($　　$)$

A．①②　B．②③　C．①③　D．①④

6．七人并排站成一行，如果甲乙两个必须不相邻，那么不同的排法种数是$($　　$)$

A．3600种　B．1440种　C．4820种　D．4800种

7．如图，在矩形 $OABC$ 内随机取一点，则它位于阴影部分的概率为$($　　$)$



A．$\dfrac{e}{3}$　B．$\dfrac{e-1}{3}$　C．$\dfrac{3-e}{3}$　D．$\dfrac{4-e}{3}$

8．已知$\log_2 x=\log_3 y=\log_5 z<0$，则$\dfrac{2}{x}$、$\dfrac{3}{y}$、$\dfrac{5}{z}$的大小排序为(　　)

A．$\dfrac{2}{x}<\dfrac{3}{y}<\dfrac{5}{z}$　　B．$\dfrac{3}{y}<\dfrac{2}{x}<\dfrac{5}{z}$　　C．$\dfrac{5}{z}<\dfrac{2}{x}<\dfrac{3}{y}$　　D．$\dfrac{5}{z}<\dfrac{3}{y}<\dfrac{2}{x}$

9．公元前5世纪，古希腊哲学家芝诺发表了著名的阿基里斯悖论：他提出让乌龟在阿基里斯前面1000米处开始，和阿基里斯赛跑，并且假定阿基里斯的速度是乌龟的10倍．当比赛开始后，若阿基里斯跑了1000米，此时乌龟便领先他100米；当阿基里斯跑完下一个100米时，乌龟仍然前于他10米．当阿基里斯跑完下一个10米时，乌龟仍然前于他1米……，所以，阿基里斯永远追不上乌龟．按照这样的规律，若阿基里斯和乌龟的距离恰好为10^{-2}米时，乌龟爬行的总距离为(　　)

A．$\dfrac{10^4-1}{90}$　　B．$\dfrac{10^5-1}{900}$　　C．$\dfrac{10^5-9}{90}$　　D．$\dfrac{10^4-9}{900}$

10．已知$\sin(\alpha-\beta)=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，$\sin 2\beta=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\alpha\in[\pi,\dfrac{3\pi}{2}]$，$\beta\in[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}]$，则$\alpha+\beta=$(　　)

A．$\dfrac{5\pi}{4}$　　B．$\dfrac{7\pi}{4}$　　C．$\dfrac{5\pi}{4}$或$\dfrac{7\pi}{4}$　　D．$\dfrac{5\pi}{4}$或$\dfrac{3\pi}{2}$

11. 在ABC中，$|CA|=1$，$|CB|=2$，$\angle ACB=\dfrac{2}{3}\pi$，点$M$满足$\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CB}+2\overrightarrow{CA}$，则$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=$( )

A．0　　B．2　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

12．已知F_1，F_2分别为椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，点$P$是椭圆上位于第一象限内的点，延长$PF_2$交椭圆于点$Q$，若$PF_1\perp PQ$且$|PF_1|=|PQ|$，则椭圆的离心率为(　　)

A．$2-\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}-\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{2}-1$　　D．$\sqrt{6}-\sqrt{3}$

二、填空题：本题共4个小题，每小题5分，共20分.

13．已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(2,-2)$，$\vec{c}=(1,\lambda)$，若$\vec{c}//(\vec{a}+2\vec{b})$，则$\lambda=$____.

14．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=-\dfrac{1}{1+a_n}$，$n\in N^*$，则$a_{2019}=$____.

15．已知正数x，y满足$x+y=1$，则$\dfrac{4}{x+1}+\dfrac{9}{y+1}$的最小值是____.

16．已知函数$f(x)=xe^x$，$g(x)=xlnx$，若$f(x_1)=g(x_2)=t$，其中$t>0$，则$\dfrac{lnt}{x_1x_2}$的取值范围是____.

三、解答题：共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.（一）必考题：共60分.第17-21题为必考题，每个试题考生都必须作答.

17．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_2+S_2=-5$，$S_5=-15$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求$\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\ldots+\frac{1}{a_na_{n+1}}$．

18．已知向量$\vec{a}=(2\cos x,\sin x)$，$\vec{b}=(\cos x,-2\sqrt{3}\cos x)$，且$f(x)=\vec{a}\bullet\vec{b}-1$．

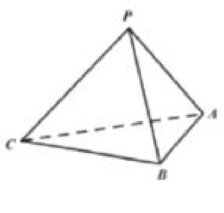
（1）求$f(x)$的单调递增区间；

（2）先将函数$y=f(x)$的图象上所有点的横坐标缩小到原来的$\frac{1}{2}$倍（纵坐标不变），再将所得图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位，得到函数$y=g(x)$的图象，求方程$g(x)=1$在区间$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$上所有根之和．

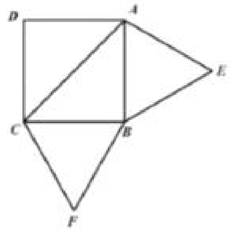
19．已知三棱锥$P-ABC$的展开图如图二，其中四边形$ABCD$为边长等于$\sqrt{2}$的正方形，ΔABE和ΔBCF均为正三角形，在三棱锥$P-ABC$中；

（1）证明：平面$PAC\perp$平面ABC；

（2）若M是PA的中点，求二面角$P-BC-M$的余弦值．



图一

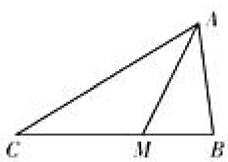


图二

20．在ΔABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$\cos A=\frac{3}{4}$，$B=2A$，$b=3$．

（1）求a；

（2）已知点M在边BC上，且AM平分$\angle BAC$，求ΔABM的面积．



21．已知函数 $f(x)=x(1+lnx)$， $g(x)=k(x-1)(k\in Z)$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的极值；

（Ⅱ）对 $\forall x\in(1,+\infty)$，不等式 $f(x)>g(x)$ 都成立，求整数 k 的最大值；

（二）选考题：共 10 分.请考生在 22，23 题中任选一题作答.作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目题号后的方框涂黑.如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22．在平面直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为 $(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=r^2(r>0)$，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta-\frac{\pi}{3})=1$，若直线 l 与曲线 C 相切.

（Ⅰ）求实数 r 的值；

（Ⅱ）在圆 C 上取两点 M，N，使得 $\angle MON=\frac{\pi}{6}$，点 M，N 与直角坐标原点 O 构成 ΔOMN，求 ΔOMN 面积的最大值.

[选修 4-5：不等式选讲]

23．已知函数 $f(x)=|2x-1|+a|x-1|$.

（1）当 $a=2$ 时，$f(x)\leqslant b$ 有解，求实数 b 的取值范围；

（2）若 $f(x)\geqslant|x-2|$ 的解集包含 $[\frac{1}{2},2]$，求实数 a 的取值范围.