高二期中考试

数学试卷(文科)

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答题前,考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,**超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围:人教版必修 2 第四章,选修 1-1 第一章~第二章。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设命题 p: $\forall x\in\mathbf{R}$, $2^x>0$,则 $\neg p$ 为

A. $\forall x\in\mathbf{R}$, $2^x\leqslant 0$ B. $\forall x\in\mathbf{R}$, $2^x<0$

C. $\exists x\in\mathbf{R}$, $2^x\leqslant 0$ D. $\exists x\in\mathbf{R}$, $2^x>0$

2. 抛物线 $y=\frac{1}{8}x^2$ 的焦点坐标是

A. $(0,2)$ B. $(0,-2)$

C. $\left(0,\frac{1}{32}\right)$ D. $\left(0,-\frac{1}{32}\right)$

3. 若方程 $x^2+y^2-4x+2y+k=0$ 表示圆,则 k 的取值范围是

A. $k>5$ B. $k<5$

C. $k\geqslant 5$ D. $k\leqslant 5$

4. 双曲线 $y^2-4x^2=16$ 的渐近线方程为

A. $\frac{x}{4}\pm y=0$ B. $4x\pm y=0$

C. $\frac{x}{2}\pm y=0$ D. $2x\pm y=0$

5. 已知 p: $x<y$, q: $\log_2 x<\log_2 y$,则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{16}=1$ 的两个焦点分别为 F_1, F_2,弦 AB 过点 F_1,若$\triangle ABF_2$的周长为 20,则 a 的值为

A. 5 B. -25 C. 25 D. 5 或 -5

7. 若 p 是假命题，q 是真命题，则①$p\wedge q$ 是假命题；②$p\vee q$ 是假命题；③$(\neg p)\vee q$ 是假命题；④$(\neg p)\vee(\neg q)$是假命题，其中正确的个数是

A. 1　　B. 2　　C. 0　　D. 3

8. 过抛物线 $y^2=8x$ 的焦点 F 且垂直于 x 轴的弦为 AB，O 为抛物线顶点，则 $\sin\angle AOF=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 已知$\odot C_1: x^2+y^2+2x+2y-2=0$，$\odot C_2: x^2+y^2-4x-2y+1=0$，那么它们的位置关系是

A. 外离　　B. 相切

C. 相交　　D. 内含

10. 已知圆 $P: x^2+y^2-4x+2y-3=0$ 与直线 $3x-my=0(m\in\mathbf{R})$相交于 A，B 两点，且$\angle APB=90^\circ$，则 m 的值为

A. 0　　B. 4

C. 0 或 4　　D. 0 或-4

11. 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 P 在椭圆上，若$\triangle POF_2$(O 为坐标原点)是边长为$\sqrt{3}$的正三角形，则 $b^2=$

A. $6\sqrt{3}$　　B. $3\sqrt{3}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

12. 已知 F_1，F_2分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 的左、右焦点，点 P 在 C 上，若$\angle F_1PF_2=60^\circ$，则$\triangle F_1PF_2$内切圆的半径为

A. $2\sqrt{2}-\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{2}-\sqrt{6}$　　D. $2\sqrt{2}+\sqrt{6}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的右焦点到渐近线的距离是________.

14. 若命题“$\exists x_0\in[-1,1]$，$x_0^2+3x_0+a>0$”为假命题，则实数 a 的取值范围是________.

15. 已知抛物线 $x^2=2py(p>0)$的焦点为 F，其准线与双曲线$\frac{x^2}{2}-y^2=1$ 相交于 A，B 两点. 若$\triangle ABF$ 为直角三角形，则抛物线的准线方程为________.

16. 在平面上给定相异两点 A，B，设 P 点在同一平面上且满足$\frac{|PA|}{|PB|}=\lambda$，当$\lambda>0$ 且$\lambda\neq1$ 时，P 点的轨迹是一个圆，这个轨迹最先由古希腊数学家阿波罗尼斯发现，故我们称这个圆为阿波罗尼斯圆. 现有双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，$A$，$B$ 为双曲线的左、右顶点，C，D 为双曲线的虚轴端点，动点 P 满足$\frac{|PA|}{|PB|}=2$，$\triangle PAB$ 面积的最大值为$\frac{64}{3}$，$\triangle PCD$ 面积的最小值为 4，则双曲线的离心率为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知 $t\in\mathbf{R}$，命题 p：关于 x 的方程 $x^2-2tx+1=0$ 有两个不同的实数根且均小于零；命题 q：$\exists x_0\in[1,+\infty)$，$x_0+\frac{1}{x_0}\leqslant 4t^2-1$.

(1)当 $t=1$ 时，判断命题 q 的真假；

(2)若命题 $p\vee q$ 是假命题，求实数 t 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

根据下列条件求双曲线的标准方程.

(1)经过点 $(-5,1)$，实轴长为 $2\sqrt{5}$，焦点在 x 轴上；

(2)经过点 $(2\sqrt{6},2\sqrt{6})$，且与双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$ 有相同的焦点.

19.（本小题满分 12 分）

已知 p：$x^2-x-2\leqslant 0$，q：$x^2-mx-6m^2\leqslant 0(m>0)$.

(1)若 q 是 p 成立的必要不充分条件，求 m 的取值范围；

(2)若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 成立的充分不必要条件，求 m 的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）

已知点 $A(1,0)$，$B(0,1)$，圆 C 的方程为 $x^2+y^2-6x-8y+9=0$，过点 A 的直线 l 与圆 C 相切，点 P 为圆 C 上的动点.

(1)求直线 l 的方程；

(2)求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

21.（本小题满分 12 分）

已知过抛物线 $y^2=6x$ 的焦点且斜率为 k 的直线 l 交抛物线于 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$$(x_1<x_2)$两点，且 $|AB|=8$.

(1)求直线 l 的方程；

(2)若直线 l 的斜率 k 大于 0，O 为坐标原点，C 为抛物线上一点，$\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}(\lambda\in\mathbf{R})$，求 λ 的值.

22.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，直线 l：$mx-y-\sqrt{3}m=0(m\in\mathbf{R})$与椭圆 C 交于 M，N 两点（点 M 在 x 轴的上方）.

(1)若 $m=-1$，求 $\triangle MF_1F_2$ 的面积；

(2)是否存在实数 m 使得以线段 MN 为直径的圆恰好经过坐标原点 O？若存在，求出 m 的值；若不存在，请说明理由.