

2020 届宝鸡中学高三月考理科数学

一、选择题：（共 12 小题，每题 5 分，共计 60 分）

1、设集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 > 0\}$, $B = \{x | -2 < x < 3\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

A、 $(-3, 2)$ B、 $(2, 3)$ C、 $(-2, 2)$ D、 $(-2, 3)$

2、若复数 z 满足 $z(1+i) = 2i$, 则 z 等于 ()

A、 $1+i$ B、 $(-1+i)$ C、 $1-i$ D、 $-1+i$

3、命题“若 $x^2 \neq 2$, 则 $x \neq \sqrt{2}$ 且 $x \neq -\sqrt{2}$ ”的否命题为 ()

A、若 $x^2 = 2$, 则 $x \neq \sqrt{2}$ 且 $x \neq -\sqrt{2}$ B、若 $x^2 \neq 2$, 则 $x = \sqrt{2}$ 且 $x = -\sqrt{2}$

C、若 $x^2 = 2$, 则 $x = \sqrt{2}$ 或 $x = -\sqrt{2}$ D、若 $x^2 \neq 2$, 则 $x = \sqrt{2}$ 或 $x = -\sqrt{2}$

4、若偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1]$ 上为增函数, 则 ()

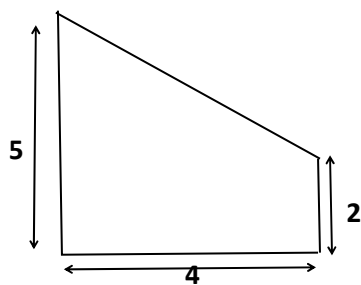
A、 $f(-2) < f(-1) < f(3)$ B、 $f(-1) < f(-2) < f(3)$

C、 $f(3) < f(-2) < f(-1)$ D、 $f(3) < f(-1) < f(-2)$

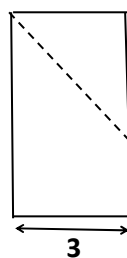
5、已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 那么 “ $a_1 > 0, q > 1$ ” 是 $\{a_n\}$ 为递增数列的 ()

A、充要条件 B、必要不充分条件 C、充分不必要条件 D、既不充分也不必要条件

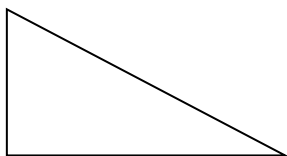
6、某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为



主视图



左视图



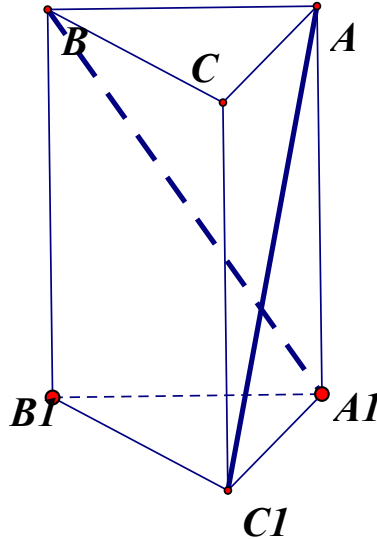
俯视图

A、12 B、18 C、20 D、24

7、在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 + a_7 = 2$, 则 $\{a_n\}$ 的前 11 项的和为 ()

A、11 B、-11 C、22 D、-33

8、在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = AA_1$, 则异面直线 BA_1 与 AC_1 所成角为 ()



A、 30° B、 45° C、 60° D、 90°

9、若函数 $f(x) = \sin x + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, 则 $f(x)$ 的递增区间为 ()

A、 $\left[-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi\right]$ B、 $\left[-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right]$

C、 $\left[-\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi\right]$ D、 $\left[-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right]$

10、在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 120^\circ$, $AB = 2$, $AC = 1$, D 为 BC 边上一点, 且 $DC = 2BD$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = ()$

A、 $\frac{5}{3}$ B、 $-\frac{8}{3}$ C、 $-\frac{5}{3}$ D、 $\frac{8}{3}$

11、已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点 $F(c, 0) (c > b)$, O 为坐标原点, 以 OF 为直径的圆交圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 于 P, Q 两点, 且 $|PQ| = |OF|$, 则椭圆 C 的离心率为 ()

A、 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B、 $\frac{1}{2}$ C、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D、 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

12、已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = \frac{1}{2}(|x-a^2| + |x-2a^2| - 3a^2)$ ，若对 $\forall x \in \mathbf{R}$ ，都有 $f(x-1) \leq f(x)$ ，则实数 a 的取值范围为（ ）

- A、 $\left[-\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{6}\right]$ B、 $\left[-\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right]$ C、 $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ D、 $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

二、填空题（共 4 小题，每题 5 分，共计 20 分）

13、若集合 $A = \{1, 4, m^2\}$, $B = \{1, m\}$, $A \cap B = B$ ，则实数 m 的取值为_____

14、如果函数 $f(x+1)$ 定义域为 $[0, 3]$ ，则函数 $f(2^x)$ 的定义域为_____

15、已知三个不同平面 α, β, γ 和直线 l ，下面有四个命题

- ① 若 $\alpha \perp \gamma$, $\beta \perp \gamma$, $\alpha \cap \beta = l$, 则 $l \perp \gamma$
- ② 直线 l 上有两点到平面 α 的距离相等，则 $l // \alpha$
- ③ $l \perp \alpha, l // \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
- ④ 若直线 l 不在平面 α 内， $\alpha // \beta, l // \alpha$, 则 $l // \beta$

则正确命题的序号为_____.

16、设函数 $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$ ，若对所有 $x \geq 0$ 都有 $f(x) \leq a$ ，则 a 的取值范围为_____

三、解答题：（共 6 小题，17~21 每小题 12 分，22，23 两题中任选一题，每题 10 分，共计 80 分）

17、在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对应边分别为 a, b, c ，且满足 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$b+c=3$ (1) 求角 A (2) 求边长 b, c

18、已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n (n \in \mathbf{N}_+)$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 (2) 若 $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$ ，求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n

19、已知函数 $f(x) = x^2 + a \ln(x+1)$

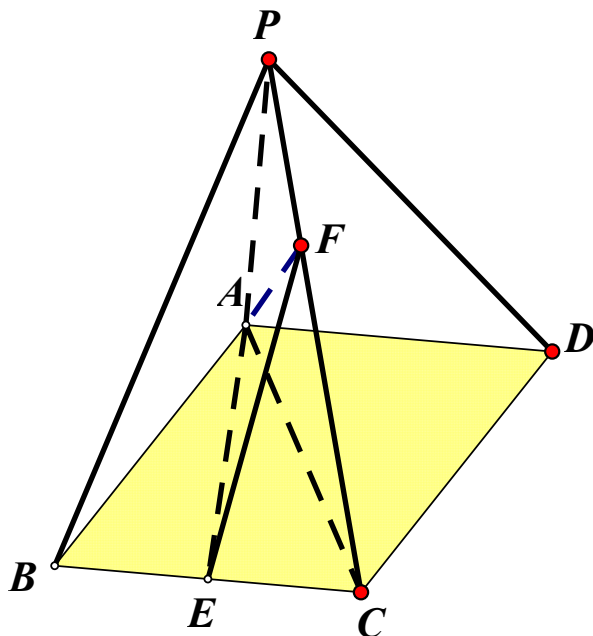
(1) 若 $a = -4$ ，求 $f(x)$ 的单调区间和极值点

(2) 若 $g(x) = f(x) + \frac{2}{x+1} + 2x + 1$ 在 $[0, +\infty)$ 单调递增，求实数 a 的取值范围

20、如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $PA \perp ABCD$, $PA = AB = 2$, $\angle ABC = 60^\circ$ ，

E 为棱 BC 的中点, F 为棱 PC 的动点

- (1) 求证: $AE \perp$ 平面 PAD (2) 若二面角 $E-AF-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$, 求点 F 的位置



- 21、已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 左右焦点分别为 F_1, F_2 , M 为椭圆上异于长轴端点的点, 且 $\triangle MF_1F_2$ 的最大面积为 $\sqrt{3}$

(1) 求椭圆 C 的标准方程

(2) 若直线 l 是过点 $P(1, 0)$ 点的直线, 且 l 与椭圆 C 交于不同的点 A, B , 是否存在直线

$l_0: x = x_0 (x_0 > 2)$ 使得点 A, B 到直线 l_0 的距离 d_A, d_B 满足 $\frac{d_A}{d_B} = \frac{PA}{PB}$ 恒成立, 若存在, 求 x_0

的值, 若不存在, 说明理由

22、

(2015·湖南) 已知直线 $l: \begin{cases} x = 5 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \sqrt{3} + \frac{1}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$. 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,

曲线 C 的坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta$.

(1) 将曲线 C 的极坐标方程化为直角坐标方程;

(2) 设点 M 的直角坐标为 $(5, \sqrt{3})$, 直线 l 与曲线 C 的交点为 A, B , 求 $|MA| \cdot |MB|$ 的值.

23、(略)