

深圳市第七高级中学 2018-2019 学年第二学期期中考试试题

年级：高一

科目：数学

考试时长：120 分钟

卷面总分：150 分

命题人：吴红女

审题人：毛亚芳

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 若  $a > b > c$ ，则下列不等式成立的是（ ）

- (A)  $\frac{1}{a-c} > \frac{1}{b-c}$  (B)  $\frac{1}{a-c} < \frac{1}{b-c}$  (C)  $ac > bc$  (D)  $ac < bc$

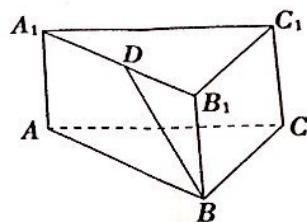
2. 若集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$ ， $B = \{x | \frac{x+2}{x-1} < 0\}$ ，则  $A \cap B =$ （ ）

- (A)  $(-1, 1)$  (B)  $(-1, 2)$  (C)  $(-2, 1)$  (D)  $(-2, 2)$

3. 如右图，在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中， $D$  为  $A_1B_1$  的中点， $AB = BC = 4$ ， $AC = 2\sqrt{5}$ ，

$BB_1 = 1$ ，则异面直线  $BD$  与  $AC$  所成的角为（ ）

- (A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $90^\circ$



4.  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，已知

$a = 2, b = \sqrt{6}, A = \frac{\pi}{4}$ ，则  $B =$ （ ）

- (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{3}$  (C)  $\frac{\pi}{6}$  或  $\frac{5\pi}{6}$  (D)  $\frac{\pi}{3}$  或  $\frac{2\pi}{3}$

5. 在  $\triangle ABC$  中， $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$ ，且  $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ ，则  $\overrightarrow{AD}$  等于（ ）

- (A)  $\frac{4}{3}\mathbf{a} - \frac{1}{3}\mathbf{b}$  (B)  $\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{3}\mathbf{b}$  (C)  $\frac{1}{3}\mathbf{a} - \frac{4}{3}\mathbf{b}$  (D)  $\frac{1}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b}$

6. 设  $m, n$  为两条不同直线， $\alpha, \beta$  为两个不同平面，则下列命题正确的是（ ）

(A) 若  $m // \alpha$ ， $n \subset \alpha$ ，则  $m // n$

(B) 若  $m \subset \alpha$ ， $n \subset \beta$ ， $\alpha // \beta$ ，则  $m // n$

(C) 若  $m // \alpha$ ， $m // \beta$ ，则  $\alpha // \beta$

(D) 若  $m \perp \alpha$ ， $n \perp \beta$ ， $m \perp n$ ，则  $\alpha \perp \beta$

7. 已知  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$  是互相垂直的两个单位向量， $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$ ， $\mathbf{b} = 4\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2$ ，则（ ）

(A)  $\mathbf{a} // \mathbf{b}$

(B)  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$

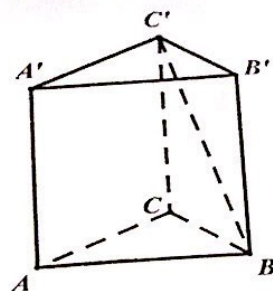
(C)  $|\mathbf{a}| = \sqrt{3}$

(D)  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$



8. 如右图, 在正三棱柱  $ABC-A'B'C'$  中,  $AA' = \sqrt{2}$ ,  $AB = 1$ , 则  $BC'$  与侧面  $ACC'A'$  所成角的大小为 ( )

- (A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $90^\circ$



9. 若点  $A(2,4)$  在直线  $ax+by=1 (a>0, b>0)$  上,

则  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$  的最小值为 ( )

- (A) 8 (B) 9 (C) 16 (D) 18

10. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $2a+b = \sqrt{7}c$ ,  $3\sin A = 2\sin B$ ,

则角  $C =$  ( )

- (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{5\pi}{6}$  (C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{2\pi}{3}$

11. 在  $\triangle ABC$  中, 若对任意  $t \in R$ ,  $|\overrightarrow{BA} - t\overrightarrow{BC}| \geq |\overrightarrow{AC}|$ , 则  $\triangle ABC$  一定是 ( )

- (A) 等腰三角形 (B) 锐角三角形 (C) 直角三角形 (D) 钝角三角形

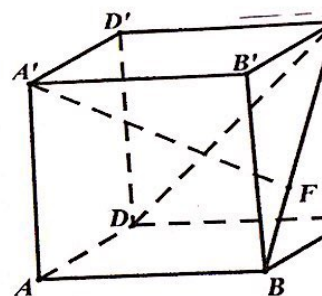
12. 如右图, 在正方体  $ABCD-A'B'C'D'$  中, 若点  $F$  是线段  $BC'$  上的动点, 则下列说法错误的是 ( )

(A) 无论点  $F$  在  $BC'$  上怎么移动, 异面直线  $A'F$  与  $CD$  所成角都不可能是  $30^\circ$

(B) 无论点  $F$  在  $BC'$  上怎么移动, 都有  $A'F \perp B'D$

(C) 当点  $F$  移动至  $BC'$  中点时, 直线  $A'F$  与直线  $B'D$  相交

(D) 当点  $F$  移动至  $BC'$  中点时, 直线  $A'F$  与平面  $BDC_1$  所成角最小



成角最小

二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知  $a = (1, 2)$ ,  $b = (x, 3)$ , 且  $a \perp b$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

14. 若  $a > 1$ , 则  $a + \frac{1}{a-1}$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

15. 把一个半径为 6 的半圆卷成一个圆锥, 则它的体积为 \_\_\_\_\_.

16. 在  $\triangle ABC$  中, 给出下列四个结论:

(1) 若  $\sin A = \sin B$ , 则  $\triangle ABC$  是等腰三角形;

(2) 若  $a \cos A = b \cos B$ , 则  $\triangle ABC$  是等腰三角形;



(3) 若  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = c$ , 则  $\triangle ABC$  是直角三角形;

(4) 若  $\sin A > \sin B$ , 则  $A > B$ .

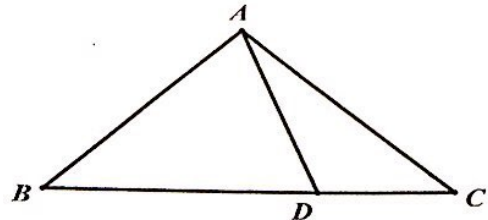
其中结论正确的序号是\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\angle B = 45^\circ$ ,  $D$  是  $BC$  边上的一点,  $AD = 5$ ,  $AC = 7$ ,  $DC = 3$ .

(1) 求  $\angle ADC$  和  $\triangle ADC$  的面积;

(2) 求  $AB$  的长.



18. (12 分) 已知  $|a| = 1$ ,  $|b| = \sqrt{2}$ .

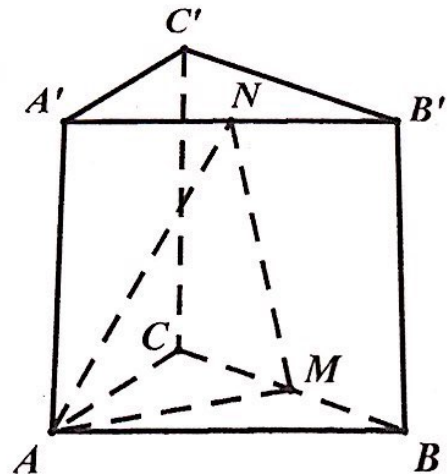
(I) 若  $a \parallel b$ , 求  $a \cdot b$ ;

(II) 若  $a - b$  与  $a$  垂直, 求  $a$  与  $b$  的夹角及  $|a + 2b|$ .

19. (12 分) 如图, 在直三棱柱  $ABC - A'B'C'$  中,  $M, N$  分别为棱  $BC, A'B'$  的中点, 且  $AB = AC$ .

(1) 求证:  $MN \parallel$  平面  $ACC'A'$ ;

(2) 求证: 平面  $AMN \perp$  平面  $BCC'B'$ .



20. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ . 已知 $m = (a, \sqrt{3}b)$ .

$n = (\cos A, \sin B)$ , 且 $m \parallel n$ .

(1) 求 $A$ ;

(2) 若 $a = 2$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$ , 求 $b, c$ .

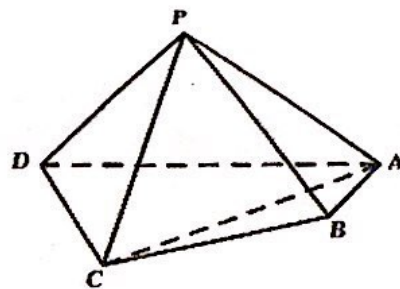
21. (12分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中,  $PA \perp PD$ ,  $PA = PD$ ,  $AB \perp$ 平面 $PAD$ ,

$AB = 1$ ,  $AD = 2$ ,  $AC = CD = \sqrt{5}$ .

(1) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积;

(2) 在棱 $PA$ 上是否存在点 $M$ , 使得 $BM \parallel$ 平面 $PCD$ ?

若存在, 求 $\frac{AM}{AP}$ 的值; 若不存在, 说明理由.



22. (12分) 设函数 $f(x) = ax^2 + bx + 2$ .

(1) 当 $b = 4$ 时, 若对于任意的 $x \in [1, 2]$ , 有 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求 $a$ 的取值范围;

(2) 若 $f(x) \geq 0$ 对于一切实数 $x$ 恒成立, 并且存在 $x_0 \in R$ , 使得 $f(x_0) = 0$ 成立, 求

$\frac{b^2 + 8}{a^2 + b^2 + 8}$ 的范围.

