

武汉外国语学校 2018—2019 学年度下学期期末考试
高一数学试题

考试时间：2019 年 6 月 27 日 命题人：高一数学备课组 满分：150 分

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $A = \left\{ x \mid \frac{x+1}{x-1} \leq 0 \right\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B$ 元素个数为 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 设 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$, $\vec{c} = \vec{a} + k\vec{b}$, 若 $\vec{b} \perp \vec{c}$, 则实数 k 的值等于 ()

A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin(A-B)\cos B + \cos(A-B)\sin B \geq 1$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

A. 锐角三角形; B. 直角三角形; C. 钝角三角形; D. 直角三角形或钝角三角形

4. 已知 m, n 是两条不同直线, α, β 是两个不同平面, 则下列命题正确的是 ()

A. 若 α, β 垂直于同一平面, 则 α 与 β 平行

~~B. 若 m, n 平行于同一平面, 则 m 与 n 平行~~

~~C. 若 α, β 不平行, 则在 α 内不存在与 β 平行的直线~~

D. 若 m, n 不平行, 则 m 与 n 不可能垂直于同一平面

5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 2$, $a_4 \cdot a_6 = 16$, 则 $\frac{a_{10} - a_{12}}{a_6 - a_8}$ 的值为 ()

6. 设 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 且 $a > b$, 则下列说法正确的是 ()

A. ~~$ac > bc$~~ B. $2^a > 2^b$ C. ~~$a^2 > b^2$~~ D. ~~$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$~~

7. 《莱因德纸草书》是世界上最古老的数学著作之一, 书中有这样一道题目: 把 100 个面包分给 5 个人, 使每个人所得面包量成等差数列, 且较大的三份之和的 $\frac{1}{7}$ 等于较小的两份之和, 问最小的一份为 ()

A. $\frac{5}{3}$

B. $\frac{10}{3}$

C. $\frac{5}{6}$

D. $\frac{11}{6}$

8. 有下面三组定义:

①有两个面平行, 其余各面都是四边形, 且相邻四边形的公共边都互相平行的几何体叫棱柱;

②用一个平面去截棱锥, 底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台;

③有一个面是多边形, 其余各面都是三角形的几何体是棱锥。

其中正确定义的个数是 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

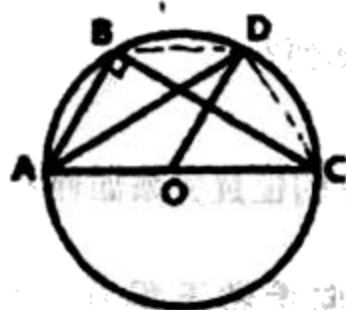
9. 如图, 直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \perp DC$, $AD \parallel BC$, $BC = 2CD = 2AD = 2$, 若将直角梯形绕 BC 边旋转一周, 则所得几何体的表面积为 ()



A. $3\pi + \sqrt{2}\pi$ B. $3\pi + 2\sqrt{2}\pi$ C. $6\pi + 2\sqrt{2}\pi$ D. $6\pi + \sqrt{2}\pi$

10. 如图 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $AC = 2AB$, $\angle BAC$ 平分线交 $\triangle ABC$ 的外接圆于点 D , 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$,

$\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 则向量 $\overrightarrow{AD} =$ ()



A. $\vec{a} + \vec{b}$ B. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ C. $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ D. $\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

11. $a^2 + b^2 = 1$, $b^2 + c^2 = 2$, $c^2 + a^2 = 2$, 则 $ab + bc + ca$ 的最小值为 ()

A. $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2} - \sqrt{3}$ C. $-\frac{1}{2} - \sqrt{3}$ D. $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$

12. 已知 α, β 为两个不重合的平面, m, n 为两条不重合的直线, 且 $\alpha \cap \beta = m$, $n \subset \beta$. 记直线 m 与直

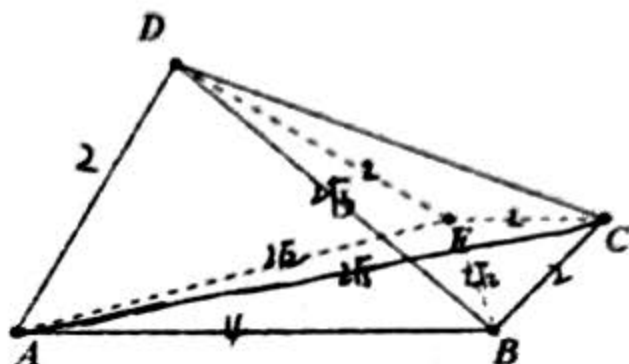
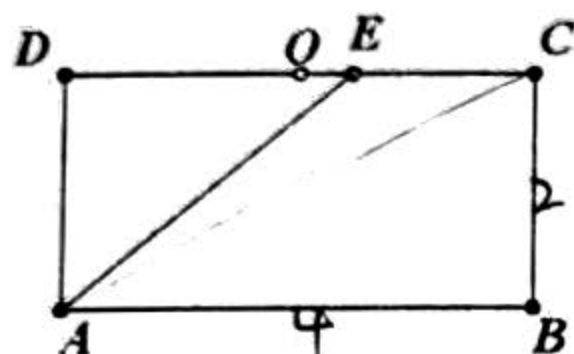
线 n 的夹角和二面角 $\alpha - m - \beta$ 均为 θ_1 , 直线 n 与平面 α 所成的角为 θ_2 , 则下列说法正确的是 ()

20. (本题满分 12 分) 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = 3$, 且 $2S_n = a_{n+1} - 3(n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 对于正整数 $i, j, k (i < j < k)$, 已知 $\lambda a_i, 6a_j, \mu a_k$ 成等差数列, 求正整数 λ, μ 的值;

21. (本题满分 12 分) (注: 此题用空间向量做不得分)



如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4, BC = 2$, O 为 DC 的中点, E 为线段 OC 上一动点. 现将 $\triangle AED$ 沿 AE 折起, 形成四棱锥 $D-ABCE$.

(I) 若 E 与 O 重合, 且 $AD \perp BD$.

(i) 证明: $BE \perp$ 平面 ADE ;

(ii) 求二面角 $D-AC-E$ 的余弦值.

(II) 若 E 不与 O 重合, 且平面 $ABD \perp$ 平面 ABC , 设 $DB = t$, 求 t 的取值范围.

22. (本题满分 12 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 是某生态农庄的一块植物栽培基地的平面图, 现欲修一条笔直的小路 MN (宽度不计) 经过该矩形区域, 其中 MN 都在矩形 $ABCD$ 的边界上, 已知 $AB = 8, AD = 6$ (单位: 百米), 小路 MN 将矩形 $ABCD$ 分成面积为 S_1, S_2 (单位: 平方百米) 的两部分, 其中 $S_1 \leq S_2$, 且点 A 在面积为 S_1 的区域内, 记小路 MN 的长为 l 百米.

(1) 若 $l = 4$, 求 S_1 的最大值; (2) 若 $S_2 = 2S_1$, 求 l 的取值范围.

