

武汉外国语学校 2018—2019 学年度下学期期末考试  
高一数学试题

考试时间：2019 年 6 月 27 日 命题人：高一数学备课组 满分：150 分

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知  $A = \left\{ x \mid \frac{x+1}{x-1} \leq 0 \right\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1\}$ , 则  $A \cap B$  元素个数为（ ）

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

2. 设  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (1, 1)$ ,  $\vec{c} = \vec{a} + k\vec{b}$ , 若  $\vec{b} \perp \vec{c}$ , 则实数  $k$  的值等于（ ）

A.  $-\frac{3}{2}$       B.  $-\frac{5}{3}$       C.  $\frac{5}{3}$       D.  $\frac{3}{2}$

3. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\sin(A-B)\cos B + \cos(A-B)\sin B \geq 1$ , 则  $\triangle ABC$  是（ ）

A. 锐角三角形；      B. 直角三角形；      C. 钝角三角形；      D. 直角三角形或钝角三角形

4. 已知  $m, n$  是两条不同直线， $\alpha, \beta$  是两个不同平面，则下列命题正确的是（ ）

A. 若  $\alpha, \beta$  垂直于同一平面，则  $\alpha$  与  $\beta$  平行

B. 若  $m, n$  平行于同一平面，则  $m$  与  $n$  平行

C. 若  $\alpha, \beta$  不平行，则在  $\alpha$  内不存在与  $\beta$  平行的直线

D. 若  $m, n$  不平行，则  $m$  与  $n$  不可能垂直于同一平面

5. 已知等比数列  $\{a_n\}$  中， $a_3 = 2$ ,  $a_4 \cdot a_6 = 16$ , 则  $\frac{a_{10} - a_{12}}{a_6 - a_8}$  的值为（ ）

6. 设  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , 且  $a > b$ , 则下列说法正确的是（ ）

A.  ~~$ac > bc$~~       B.  ~~$2^a > 2^b$~~       C.  ~~$a^2 > b^2$~~       D.  ~~$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$~~   
 ~~$a=1, b=-1$~~        ~~$a=1, b=-1$~~

7. 《莱因德纸草书》是世界上最古老的数学著作之一，书中有这样一道题目：把 100 个面包分给 5 个人，使每个人所得面包量成等差数列，且较大的三份之和的  $\frac{1}{7}$  等于较小的两份之和，问最小的一份为（ ）

- A.  $\frac{5}{3}$       B.  $\frac{10}{3}$       C.  $\frac{5}{6}$       D.  $\frac{11}{6}$

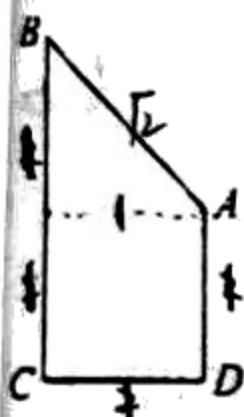
8. 有下面三组定义：

- ①有两个面平行，其余各面都是四边形，且相邻四边形的公共边都互相平行的几何体叫棱柱；
- ②用一个平面去截棱锥，底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台；
- ③有一个面是多边形，其余各面都是三角形的几何体是棱锥。

其中正确定义的个数是 ( )

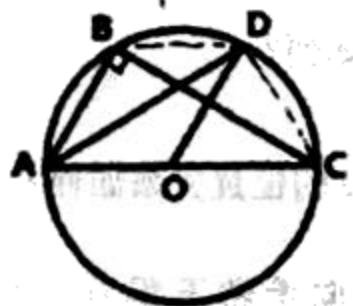
- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

9. 如图，直角梯形  $ABCD$  中， $AD \perp DC$ ， $AD \parallel BC$ ， $BC = 2CD = 2AD = 2$ ，若将直角梯形绕  $BC$  边旋转一周，则所得几何体的表面积为 ( )



- A.  $3\pi + \sqrt{2}\pi$       B.  $3\pi + 2\sqrt{2}\pi$       C.  $6\pi + 2\sqrt{2}\pi$       D.  $6\pi + \sqrt{2}\pi$

10. 如图  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ ， $AC = 2AB$ ， $\angle BAC$  平分线交  $\triangle ABC$  的外接圆于点  $D$ ，设  $\overline{AB} = \bar{a}$ ， $\overline{AC} = \bar{b}$ ，则向量  $\overline{AD} =$  ( )



- A.  $\bar{a} + \bar{b}$       B.  $\frac{1}{2}\bar{a} + \bar{b}$       C.  $\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b}$       D.  $\bar{a} + \frac{2}{3}\bar{b}$

11.  $a^2 + b^2 = 1$ ,  $b^2 + c^2 = 2$ ,  $c^2 + a^2 = 2$ , 则  $ab + bc + ca$  的最小值为 ( )

- A.  $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{2} - \sqrt{3}$       C.  $-\frac{1}{2} - \sqrt{3}$       D.  $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$

12. 已知  $\alpha$ ,  $\beta$  为两个不重合的平面， $m, n$  为两条不重合的直线，且  $\alpha \cap \beta = m$ ,  $n \subset \beta$ . 记直线  $m$  与直

线  $n$  的夹角和二面角  $\alpha-m-\beta$  均为  $\theta_1$ ，直线  $n$  与平面  $\alpha$  所成的角为  $\theta_2$ ，则下列说法正确的是 ( )

A. 若  $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{6}$ , 则  $\theta_1 > 2\theta_2$

B. 若  $\frac{\pi}{6} < \theta_1 < \frac{\pi}{4}$ , 则  $\tan \theta_1 > 2 \tan \theta_2$

C. 若  $\frac{\pi}{4} < \theta_1 < \frac{\pi}{3}$ , 则  $\sin \theta_1 < \sin \theta_2$

D. 若  $\frac{\pi}{3} < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$ , 则  $\cos \theta_1 > \frac{3}{4} \cos \theta_2$

## 二、填空题 (每题 5 分, 满分 20 分, 将答案填在答题纸上)

13. 若关于  $x$  的不等式  $(x+1) \cdot (x-3) < m$  的解集为  $(0, n)$ , 则实数  $n$  的值为 \_\_\_\_\_.

14. 数列  $\{a_n\}$  是等差数列,  $a_1 = 1$ , 公差  $d \in [1, 2]$ , 且  $a_4 + \lambda a_{10} + a_{16} = 15$ , 则实数  $\lambda$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $a > 0, b > 0$  且  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ , 则  $3a + 2b + \frac{b}{a}$  的最小值等于 \_\_\_\_\_.

16. 已知三棱锥  $P-ABC$  的所有顶点都在球  $O$  的球面上,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC = 2\sqrt{2}$ ,  $PA = 2$ ,  $\angle PAC = \angle PAB$ , 则当球  $O$  的表面积最小时, 三棱锥  $P-ABC$  的体积为 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本题满分 10 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $2 \sin A \cdot \sin B (1 - \tan A \cdot \tan B) = \tan A \tan B$ .

(I) 求  $\angle C$  的大小; (II) 求  $\sqrt{3} \sin A - \cos B$  的取值范围.

18. (本题满分 10 分) 已知  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (-3, 4)$ ,  $\vec{c} = \vec{a} + \lambda \vec{b} (\lambda \in \mathbb{R})$ .

(1)  $\lambda$  何值时,  $|\vec{c}|$  最小? 此时  $\vec{c}$  与  $\vec{b}$  的位置关系如何?

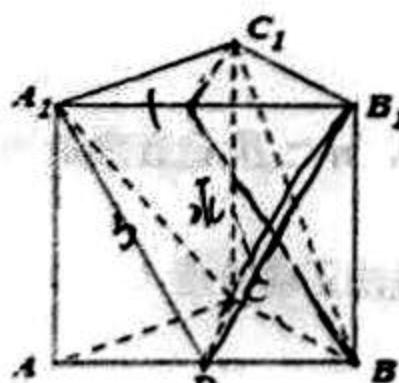
(2)  $\lambda$  何值时,  $\vec{c}$  与  $\vec{a}$  的夹角最小? 此时  $\vec{c}$  与  $\vec{a}$  的位置关系如何?

19. (本题满分 12 分) (注: 此题用空间向量做不得分) 如图, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,

$AA_1 \perp$  平面  $ABC$ , 底面三角形  $ABC$  是边长为 2 的等边三角形,  $D$  为  $AB$  的中点.

(I) 求证:  $BC_1 \parallel$  平面  $A_1CD$ ;

(II) 若直线  $CA_1$  与平面  $A_1ABB_1$  所成的角为  $30^\circ$ , 求三棱锥  $B_1-A_1CD$  的体积.

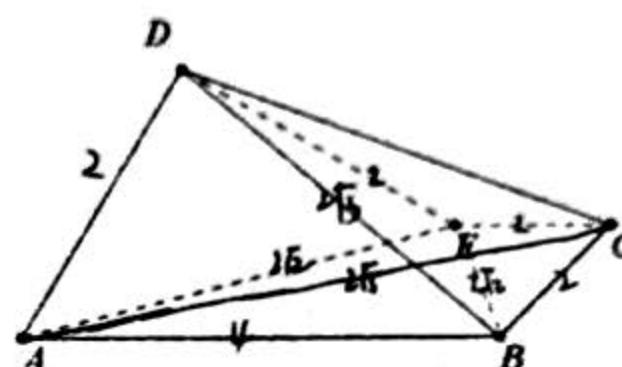
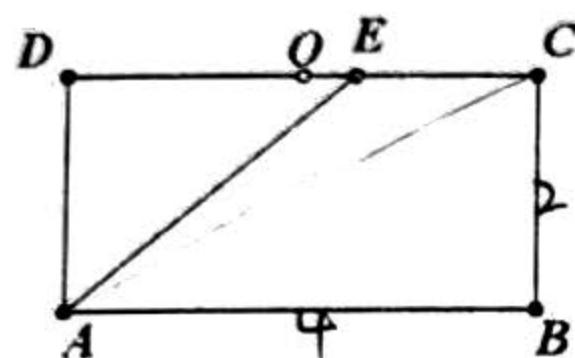


20. (本题满分 12 分) 已知  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $a_1 = 3$ , 且  $2S_n = a_{n+1} - 3(n \in \mathbb{N}^*)$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 对于正整数  $i, j, k(i < j < k)$ , 已知  $\lambda a_j, 6a_i, \mu a_k$  成等差数列, 求正整数  $\lambda, \mu$  的值.

21. (本题满分 12 分) (注: 此题用空间向量做不得分)



如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 4, BC = 2$ ,  $O$  为  $DC$  的中点,  $E$  为线段  $OC$  上一动点. 现将  $\triangle AED$  沿  $AE$  折起, 形成四棱锥  $D-ABCE$ .

(I) 若  $E$  与  $O$  重合, 且  $AD \perp BD$ .

(i) 证明:  $BE \perp$  平面  $ADE$ ;

(ii) 求二面角  $D-AC-E$  的余弦值.

(II) 若  $E$  不与  $O$  重合, 且平面  $ABD \perp$  平面  $ABC$ , 设  $DB=t$ , 求  $t$  的取值范围.

22. (本题满分 12 分) 如图, 矩形  $ABCD$  是某生态农庄的一块植物栽培基地的平面图, 现欲修一条笔直的小路  $MN$  (宽度不计) 经过该矩形区域, 其中  $MN$  都在矩形  $ABCD$  的边界上, 已知  $AB=8, AD=6$  (单位: 百米), 小路  $MN$  将矩形  $ABCD$  分成面积为  $S_1, S_2$  (单位: 平方百米) 的两部分, 其中  $S_1 \leq S_2$ , 且点  $A$  在面积为  $S_1$  的区域内, 记小路  $MN$  的长为  $l$  百米.

(1) 若  $l=4$ , 求  $S_1$  的最大值; (2) 若  $S_2=2S_1$ , 求  $l$  的取值范围.

