永安一中 2018－2019 学年第一学期第一次月考

高三文科数学答案

一、选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	B	A	C	D	B	C	B	A	B	D	D

二、填空题：　13．$\frac{1}{2}$；　14．$\frac{8}{5}$；　15．9；　16．；$1-\sqrt{2}$

三、解答题：

17．解：（Ⅰ）$\because S_n=2^{n+1}-n-2$，

当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=1$；　……………………………………………………2 分

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}$，$\therefore a_n=2^n-1$，

$n=1$ 时也满足 $a_n=2^n-1=1$，　……………………………………………………5 分

$\therefore a_n=2^n-1$．　……………………………………………………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $a_n=2^n-1$，

$\because b_n=\log_2(a_n+1)$，$\therefore b_n=\log_2(2^n)=n$，　……………………………………8 分

$\therefore \frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{n\bullet(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，　……………………………………9 分

$\because T_n=\frac{1}{b_1b_2}+\frac{1}{b_2b_3}+\frac{1}{b_3b_4}+\cdots+\frac{1}{b_nb_{n+1}}$，

$\therefore T_n=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$．　……………………12 分

18．解：(1) $\because (a+2c)\cos B+b\cos A=0$，由正弦定理可得：

$\sin A\cos B+2\sin C\cos B+\sin B\cos A=0$，　……………………………………2 分

$\therefore \sin(\mathrm{A+B})+2\sin C\cos B=0$，即 $\sin C+2\sin C\cos B=0$

$\because \sin C\neq 0$　　$\therefore \cos B=-\frac{1}{2}$，　……………………………………………4 分

又 $B\in(0,\pi)$，则 $B=\frac{2}{3}\pi$．　……………………………………………6 分

(2) 由 ΔABC 的面积为 $\frac{15\sqrt{3}}{4}$，$\therefore \frac{1}{2}ac\sin B=\frac{15\sqrt{3}}{4}$，则 $ac=15$，　…………………9 分

由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-2ac-2ac\cos B$，

得 $a+c=2\sqrt{10}$，　……………………………………………11 分

则周长 $a+b+c=2\sqrt{10}+5$．　……………………………………………12 分

19．解：(1) $\because f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，　………………2 分

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π，　……………………………………………3 分

又∵ $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，∴ $2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$，∴ $\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\in\left[-\frac{1}{2},1\right]$，…………………5 分

∴函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值为 2，最小值为-1. ……………………………………6 分

（2）∵ $f\left(x_0\right)=2\sin\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{6}{5}$，∴ $\sin\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{5}$，……………………7 分

又∵ $x_0\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$，∴ $2x_0+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{2\pi}{3},\frac{7\pi}{6}\right]$，

∴ $\cos\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{1-\sin^2\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)}=-\frac{4}{5}$，……………………………………9 分

$\therefore\cos 2x_0=\cos\left[\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{6}\right]$

$=\cos\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)\cos\frac{\pi}{6}+\sin\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)\sin\frac{\pi}{6}$

$=\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$ ………………………………………………………12 分

20．解：（Ⅰ）依题意，每个月更新的车辆数构成一个首项为 a，公差为 a 的等差数列，………………………………………………………………1 分

设第 n 个月更新的车辆数为 a_n（$1\le n\le 24$），

则 $a_n=na$， ……………………………………………………………3 分

$\therefore$ 该市的出租车总数 $S=a+2a+3a+\cdots+24a=\frac{24(a+24a)}{2}=300a$（辆）.

………………………………………………………………6 分

（Ⅱ）依题意，每个月更新的车辆数构成一个首项为 a，公比为 1.1 的等比数列，……7 分

则第 n 个月更新的车辆数 $b_n=a1.1^{n-1}$（$1\le n\le 24$），……………………………………8 分

设至少需要 x 个月才能更新完毕，

$\therefore$ x 个月更新的车辆总数 $T=\frac{a(1-1.1^x)}{1-1.1}\ge 300a$，………………………………10 分

即 $1.1^x\ge 31$， 由参考数据可得，$1.1^{36}\approx 30.91<31\le 1.1^x$，解得 $x>36$.

故以此速度进行更新，至少需要 37 个月才能更新完该市所有的出租车. ……12 分

21．解：（1） $f'\left(x\right)=\frac{ae^x-\left(ax+1\right)e^x}{e^{2x}}=\frac{a-ax-1}{e^x}$，…………………………2 分

由 $e^x>0,a>0$，令 $f'\left(x\right)\ge 0$ 得：$x\le\frac{a-1}{a}$， …………………………3 分

所以当 $a>0$ 时，单调递增区间是 $\left(-\infty,\frac{a-1}{a}\right]$；…………………………………………4 分

（2）令 $h(x)=(ax+1)e^{-x}-x-1$，则 $f(x)\le x+1$ 成立等价于 $h(x)\le 0$，

①若 $a\le 0$，当 $x\ge 0$，则 $ax+1\le 1, 0<e^{-x}\le 1\Rightarrow f(x)\le 1$，

而 $x+1\ge 1$，即 $f(x)\le x+1$ 成立；　　　　　………………………………………6 分

②若 $0<a\le 2$ 时，则 $h'(x)=e^{-x}(a-1-ax)-1$，

当 $x\ge 0$，由 $t(x)=a-1-ax$ 是减函数，$\left[t(x)\right]_{\max}=a-1\le 1$，

又 $e^{-x}\le 1$，所以 $h'(x)<0, h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是减函数，

此时当 $x\ge 0$，$h(x)\le h(0)=0$；　　　　　………………………………………8 分

③当 $a>2$ 时，

$h'(0)=e^{-0}(a-1-a\bullet 0)-1=a-2>0$，$h'(1)=e^{-1}(a-1-a)-1=-e^{-1}-1<0$，

所以 $h'(x)=0$ 在 $(0,1)$ 有零点，

在区间 $x\in(0,1)$，设 $g(x)=h'(x)\Rightarrow g'(x)=e^{-x}(ax+1-2a)<e^{-x}(1-a)<0$，

所以 $h'(x)$ 在 $x\in(0,1)$ 上是减函数，

即 $h'(x)=0$ 在 $(0,1)$ 有唯一零点 x_0，且在 $(0,x_0)$ 上，$h'(x)>0$，

$h(x)$ 在 $(0,x_0)$ 为增函数，即 $h(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上 $h(x)>h(0)=0$，

所以 $f(x)>x+1$，不合题意，

综上可得，符合题意的 a 的取值范围是 $(-\infty,2]$.　………………………………………12 分

22. 解：（1）由 $\begin{cases}x=2\cos\alpha\\ y=3\sin\alpha\end{cases}$ 可得曲线 C 的普通方程为：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$，

由 $2\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=6$ 可得直线 l 的直角坐标方程为 $2x+y-3=0$.……………………5 分

（2）很明显 $P(1,1)$ 在直线 $2x+y-3=0$ 上，故有直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1-\dfrac{1}{\sqrt{5}}t\\ y=1+\dfrac{2}{\sqrt{5}}t\end{cases}$ (t 为

参数）；则求$|PA|,|PB|$即需找到对应的t值即可．把$\begin{cases}x=1-\frac{1}{\sqrt{5}}t\\ y=1+\frac{2}{\sqrt{5}}t\end{cases}$代入$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$得：

$5t^2-\frac{2}{\sqrt{5}}t-23=0$，

所以有：$t_1 \bullet t_2=-\frac{23}{5}$，即$|PA|\bullet|PB|=\frac{23}{5}$. ……………………………………………10 分

23. 解：（1）$|x+1|-x^2+1>0 \Rightarrow |x+1|>x^2-1$，

①$\begin{cases}x\ge -1\\ x+1>x^2-1\end{cases}\Rightarrow -1<x<2$，②$\begin{cases}x<-1\\ -x-1>x^2-1\end{cases}\Rightarrow \phi$，

所以，不等式的解集为$\{x\mid -1<x<2\}$；　　　……………………………………5 分

（2）$g(x)=|x|+|x+m+1|=|-x|+|x+m+1|\ge|-x+x+m+1|=|m+1|$，

当且仅当$(-x)\bullet(x+m+1)\ge 0$时取等号，$\therefore 1+m+1=0$，

得$m=-2$，

$\therefore g(x)=|x|+|x-1|$，故当$x\in(-1,2)$时，

$$g(x)=\begin{cases}-2x+1 & -1<x<0\\ 1 & 0\le x\le 1\\ 2x-1 & 1<x<2\end{cases},$$

所以$g(x)$在$x\in(-1,2)$时的值域为$[1,3)$. ……………………………………………10 分