永安一中 2018—2019 学年第一学期第一次月考

高三数学（理)试题

命题人：薛秀琼　　审题人：赖绍生

（考试时间：120 分钟　　总分：150 分）

第Ⅰ卷（选择题，共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的。）

1. 设集合 $A=\{x|0<x<3\},B=\{y|y=2^x+1,x\in A\}$，则 $A\cap B=$

A．(0,3)　　B．(2,5)　　C．(2,9)　　D．(2,3)

2．下列函数中，在区间（0，+∞）上为增函数的是

A．$y=\sqrt{x+1}$　　B．$y=(x-1)^2$　　C．$y=2^{-x}$　　D．$y=\log_{0.5}(x+1)$

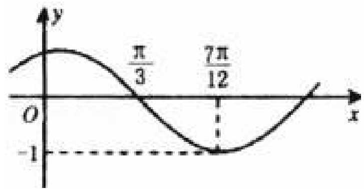
3. 若集合 $A=\{x|1<x<2\}$，$B=\{x|x>b,b\in R\}$，则 $A\subseteq B$ 的一个充分不必要条件是

A．$b\geq 2$　　B．$1<b\leq 2$　　C．$b\leq 1$　　D．$b<1$

4．已知命题 p：“$\exists x_0\in R$，使得 $x_0^2+2ax_0+1<0$ 成立”为真命题，则实数 a 满足

A．[−1,1)　B．(−∞，−1)∪(1，+∞)　C．(1，+∞)　D．(−∞，−1)

5．函数 $f(x)=\sin(\omega x+\phi)$（$\omega>0,|\phi|<\frac{\pi}{2}$）的图象如图所示，为了得到 $g(x)=\cos 2x$ 的图象，则只需将 f（x）的图象



A．向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位　　B．向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个长度单位

C．向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位　　D．向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个长度单位

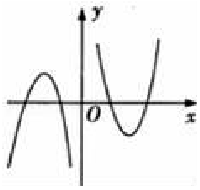
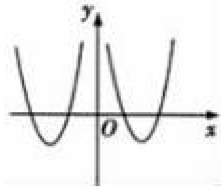
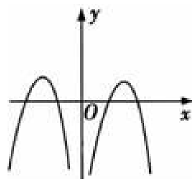
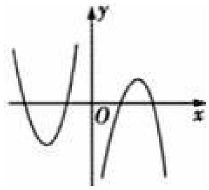
6. 如果 $\log_a 8>\log_b 8>0$，那么 a，b 间的关系是

A．$0<a<b<1$　B．$1<a<b$　C．$0<b<a<1$　D．$1<b<a$

7．已知 α 为第二象限角，$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos 2\alpha=$

A．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{9}$　　C．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$-\frac{\sqrt{5}}{9}$

8．函数 $f(x)=\log_2|x|,g(x)=-x^2+2$，则 $f(x)g(x)$ 的图象只可能是

A.  B.  C.  D. 

9．已知函数 $f(x)=2\cos x(m\sin x-\cos x)+1$ 的一条对称轴方程为 $x=\dfrac{\pi}{6}$，则函数 $f(x)$ 的最大值为

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

10. 设函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(1+x^2)+\dfrac{1}{1+2^{|x|}}$，则使得 $f(x)\le f(2x-1)$ 成立的 x 的取值范围是

A．$(-\infty,1]$　　B．$[1,+\infty)$　　C．$\left[\dfrac{1}{3},1\right]$　　D．$\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right]\cup[1,+\infty)$

11、已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & x>0 \\ \sqrt{-x^2-4x}+a & x\le 0 \end{cases}$ 在点（1,2）处的切线与 $f(x)$ 的图像有三个公共点，则 a 的取值范围是

A. $[-8,-4+2\sqrt{5})$　**B.** $(-4-2\sqrt{5},-4+2\sqrt{5})$　**C.** $(-4+2\sqrt{5},8]$ **D.** $(-4-2\sqrt{5},-8]$

12．已知关于 x 的不等式 $2\ln x+2(1-m)x+2\le mx^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，则整数 m 的最小值为

A、1　　B、2　　C、3　　D、4

二．填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13、若幂函数 $y=(m^2-4m+1)x^{m^2-2m-3}$ 为 $(0,+\infty)$ 上的增函数，则实数 m 的值等于_☆☆☆_.

14. 已知 $f(x)=\begin{cases} \log_2(1-x^2) & -1<x<1 \\ \sin\dfrac{\pi x}{3} & x\ge 1 \end{cases}$，则 $f\left(\dfrac{31}{2}\right)+f\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=$ ☆☆☆________.

15. 设二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的导函数为 $f'(x)$，若对任意 $x\in\mathbf{R}$，不等式 $f(x)\ge f'(x)$ 恒成立，则 $\dfrac{b^2}{a^2+2c^2}$ 的最大值☆☆☆____.

16．已知 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，且 $\left(a^2+b^2-c^2\right)\cdot\left(a\cos B+b\cos A\right)=abc$，若 $a+b=2$，则 c 的取值范围为_☆☆☆__ .

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 每 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

在ΔABC中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$b\cos A-a\cos B=2c$.

（1）证明：$\tan B=-3\tan A$；

（2）若$b^2+c^2=a^2+\sqrt{3}bc$，且ΔABC的面积为$\sqrt{3}$，求a的值.

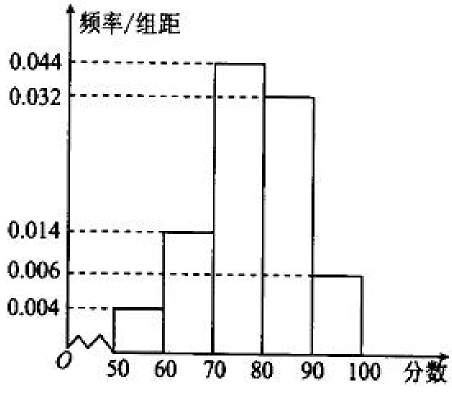
18.（本小题满分 12 分）

2017 年 10 月 18 日，习近平同志在党的十九大上向世界郑重宣示中国进入新时代，在这一新形势下，某地政府出台了进入新时代的 5 年具体规划，现对其中的一项公益项目进行民意调研，并根据调研结果决定后继工作，调查人员随机在各地对市民进行问卷调查，其中调查结果均在$\left[50,100\right]$内. 将结果绘制成如图所示的频率分布直方图，并规定①调查对象意见互不影响；②满分 100 分，评分在$\left[50,60\right)$内需重新论证，评分在$\left[60,80\right)$内认为可第二批立项实施，评分在$\left[80,100\right]$内认为可第一批立项实施.

（1）用样本的频率代替概率，求被调查者认为可立项实施的概率；

（2）若从该市的全体市民中随机抽取 4 人，试估计恰有 3 人认为该项目可第一批立项实施的概率（结果精确到 0.001）；

（3）已知在评分低于 60 分的被调查者中，老年人占$\frac{1}{3}$，现从评分低于 60 分的被调查者中按年龄分层抽取 12 人以便了解个人看法，并从中选取 3 人担任督查员，记ξ为督查员内老年人的人数，求随机变量ξ的分布列及其数学期望$E\left(\xi\right)$.



（参考数据：$\left(0.38\right)^4=0.02085136$，$\left(0.38\right)^3\left(1-0.38\right)=0.03402064$，$\left(0.38\right)^2\left(1-0.38\right)^2=0.05550736$，$\left(1-0.38\right)^4=0.14776336$）

19.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)+2\sin^2\frac{\omega x+\varphi}{2}-1$（$\omega>0$，$0<\varphi<\pi$）为奇函数，且相邻两对称轴间的距离为$\frac{\pi}{2}$.

（1）当$x\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4})$时，求$f(x)$的单调递减区间；

（2）将函数$y=f(x)$的图象沿x轴方向向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把横坐标缩短到原点的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到函数$y=g(x)$的图象，当$x\in[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}]$时，求函数$g(x)$的值域.

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^{x}\cos x-x$.

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）求函数 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x+\frac{m}{x}-2\ln x$，$m\in R$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调增区间；

（2）若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，证明：$f(x_2)<1-x_1$.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.

22.（本小题满分 10 分） 选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 $C_1:\frac{x^2}{2}+y^2=1$, 曲线 $C_2:\begin{cases}x=\cos\varphi\\ y=1+\sin\varphi\end{cases}$ (φ 为参数)，以坐标原点 O 为极点，以 x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系.

（Ⅰ）求曲线 C_1,C_2 的极坐标方程；

（Ⅱ）已知射线 $l:\theta=\alpha$ 与曲线 C_1,C_2 分别交于点 A,B（异于原点 O），当 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ 时，求 $\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}$ 的最小值.

23.（本小题满分 10 分） 选修 4-5：不等式选讲

设函数 $f(x)=|2x-1|$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)+f(x+1)<5$ 的解集 A；

（Ⅱ）已知 m 为（Ⅰ）中集合 A 中的最大自然数，且 $a+b+c=m$（其中 a,b,c 为正实数），设 $M=\frac{1-a}{a}\cdot\frac{1-b}{b}\cdot\frac{1-c}{c}$. 求证：$M\geq 8$.